

# MATEMATİK

## 6. SINIF DERS NOTLARI

### 1. ÜNİTE KONU ANLATIMLARI

#### Doğal Sayılarla İşlemler Konu Anlatımları

##### ÜSLÜ İFADELER (ÜSLÜ SAYILAR)

###### Tekrarlı Çarpımlar ve Üslü İfadeler

Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımı kısaca **üslü ifade** olarak adlandırılır. Üs, bir sayının sağ üst köşesine yazılır.

Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımı üslü ifade olarak  $a^n$  biçiminde yazılır. Burada  $a$ 'ya taban,  $n$ 'ye üs denir.

**ÖRNEK:**  $5 \times 5 = 25$  işlemindeki 5 sayısı 2 kez yan yana yazılarak çarpılmıştır.

Bu durum şu şekilde de ifade edilebilir:  $5 \times 5 = 5^2$

► Buradaki  $5^2$  “beş üssü iki” veya “beşin karesi” şeklinde okunabilir.

**ÖRNEK:**  $5 \times 5 \times 5$  ifadesi üslü biçimde  $5^3$  olarak yazılır.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$  (Önce ilk iki 5'i çarpalım, çıkan sonucu yine 5 ile çarpalım)

► Buradaki  $5^3$  “beş üssü üç” veya “beşin küpü” şeklinde okunabilir.

**ÖRNEK:**  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  ifadesinin üslü biçimde yazıp ifadenin değerini bulalım.

Burada 2 sayısı 4 kez yan yana çarpım biçiminde yazılmıştır. Bu ifade üslü olarak:  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$  biçiminde yazılır.

► Buradaki  $2^4$  “iki üssü dört” veya “ikin dördüncü kuvveti” şeklinde okunur.

Bu ifadenin değerini bulacak olursak:  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 \times 2 = 4 \times 4 = 16$

► Çarpma işlemi  $\times$  sembolü yerine  $\cdot$  sembolü ile de gösterilebilir.

##### ÜSLÜ NİCELİKLER

$$5^2 \begin{array}{l} \leftarrow \text{üs (kuvvet)} \\ \leftarrow \text{taban} \end{array}$$

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49 \text{ “Yedinin karesi”}$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ “İkinin küpü”}$$

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$$

$$\text{“Altının dördüncü kuvveti”}$$

$$\text{“Altı üssü dört”}$$

www.matematikciler.org

$1$ 'in tüm kuvvetleri  $1$ 'e eşittir.

$$1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$1^5 = 1.1.1.1.1 = 1$$

$$1^1 = 1$$

Üssü 1 olan doğal sayının değeri, bu sayının kendisine eşittir.

$$7^1 = 7$$

$$2^1 = 2$$

$$1^1=1$$

10'un kuvvetlerinin değerinde üsteki sayı kadar sıfır bulunur.

$$10 \cdot 10 = 10^2 = 100 \text{ ( 2 tane sıfır var. )}$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1\ 000 \text{ ( 3 tane sıfır var. )}$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 = 10\ 000 \text{ ( 4 tane sıfır var. )}$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5 = 100\ 000 \text{ ( 5 tane sıfır var. )}$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6 = 1\ 000\ 000 \text{ ( 6 tane sıfır var. )}$$

## **İŞLEM ÖNCELİĞİ (İŞLEM SIRASI)**

### **İşlem Önceliği :**

İşlem önceliği veya işlem sırası birden fazla işlem olduğu durumlarda takip etmemiz gereken sıradır.

Bu sıralamayı bilmek ve bu sıralamaya uymak çok önemlidir çünkü işlemler bu sıralamaya göre yapılmazsa büyük ihtimalle sonuç yanlış olacaktır. Birden fazla işlem olduğu durumlarda işlemler şu sıraya göre yapılır:

- **İŞLEM SIRASI**
- → Üs alma işlemleri
- → Parantez içindeki işlemler
- → Çarpma veya Bölme İşlemi
- → Toplama veya Çıkarma İşlemi
- Eğer aynı önceliğe sahip işlemler varsa (Örneğin bir işlemde hem çarpma hem de bölme varsa) işlemler soldan sağa doğru yapılır.

**ÖRNEK:**  $3 \times (2 + 3)$  işleminin sonucunu bulalım.

Önce parantez içerisindeki işlem yapılır.

$$3 \times (5) = 15 \text{ cevabı bulunur.}$$

**ÖRNEK:**  $3 + (2 \times 3 + 2)$  işleminin sonucunu bulalım.

Önce parantez içerisindeki işlem yapılır.

Ancak parantez içinde hem toplama hem çarpma işlemi var.

Bu yüzden önce çarpmayı yaparız.

$$3 + (2 \times 3 + 2)$$

$$3 + (6 + 2)$$

$$3 + 8 = 11 \text{ cevabı bulunur.}$$

**Örnek:**  $3 + (2 \times 3 : 2)$  işleminin sonucunu bulalım.

Önce parantez içerisindeki işlem yapılır.

Ancak parantez içinde hem çarpma hem bölme işlemi var.

Bu yüzden önce soldakini yani çarpmayı yaparız.

$$3 + (2 \times 3 : 2)$$

$$3 + (6 : 2)$$

$$3 + 3 = 6 \text{ cevabı bulunur.}$$

**Örnek:**  $2 \times 2^3 + 1$  işleminin sonucunu bulalım.

Önce üs alma işlemi yapılır.

$$2 \times 8 + 1$$

Daha sonra çarpma ve toplama işleminden çarpma öncelikli yapılır.

$$16 + 1 = 17 \text{ cevabı bulunur.}$$

**Örnek:**  $120 \div 2^2 + 3 \cdot (12 - 7)$  işleminin sonucunu bulalım.

$$= 120 \div 4 + 3 \cdot (12 - 7)$$

$$= 120 \div 4 + 3 \cdot (5)$$

$$= 30 + 15 = 45$$

## DAĞILMA ÖZELLİĞİ VE ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA

## Dağılma Özelliği :

### CARPMANIN TOPLAMA ÜZERİNE DAĞILMA ÖZELLİĞİ

Bir doğal sayıyı toplam biçimindeki doğal sayılarla çarparken, bu doğal sayı ile toplam biçimindeki her terim ile ayrı ayrı çarpılır ve daha sonra bu çarpımlar toplanır. Buna **çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği** denir.

**ÖRNEK:**  $3 \times (14 + 5)$  işlemini dağılma özelliği kullanarak yapalım.

Çarpım durumundaki 3'ü önce 14 ile sonra 5 ile çarpalım ve daha sonra bu sonuçları toplarız.

$$3 \times (14 + 5) = (3 \times 14) + (3 \times 5) = 42 + 15 = 57$$

**ÖRNEK:**  $8 \times 101$  işlemini dağılma özelliği kullanarak yapalım.

(Bu örnekte dağılma özelliğinin işlemlerde kolaylık sağladığını daha rahat görebilirsiniz.)

$$8 \times 101 = 8 \times (100 + 1) = (8 \times 100) + (8 \times 1) = 800 + 8 = 808$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$
$$8 \cdot (4 + 3) = 8 \cdot 4 + 8 \cdot 3$$

www.matematikciler.org

### CARPMANIN ÇIKARMA ÜZERİNE DAĞILMA ÖZELLİĞİ

Bir doğal sayıyı farkı alınan iki doğal sayı ile çarparken, bu doğal sayı ile çıkarma işlemindeki her terim ile ayrı ayrı çarpılır ve daha sonra bu çarpımlar birbirinden çıkarılır. Buna **çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği** denir.

**ÖRNEK:**  $7 \times (20 - 3)$  işlemini dağılma özelliği kullanarak yapalım.

Çarpım durumundaki 7'yi önce 20 ile sonra 3 ile çarpalım ve daha sonra bu sonuçları birbirinden çıkartırız.

$$7 \times (20 - 3) = (7 \times 20) - (7 \times 3) = 140 - 21 = 119$$

**ÖRNEK:**  $6 \times 98$  işlemini dağılma özelliği kullanarak yapalım.

(Bu örnekte dağılma özelliğinin işlemlerde kolaylık sağladığını daha rahat görebilirsiniz.)

$$6 \times 98 = 6 \times (100 - 2) = (6 \times 100) - (6 \times 2) = 600 - 12 = 588$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

$$12 \cdot (6 - 4) = 12 \cdot 6 - 12 \cdot 4$$

www.matematikciler.org

### ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA

Ortak çarpanı olan iki çarpma işlemini toplanması veya çıkarılması işleminde bu iki çarpmadaki ortak çarpanı parantezin dışına alarak önce toplama veya çıkarma işlemini yapabiliriz. Daha sonra çarpma işlemini yaparız. Yaptığımız bu işleme **ortak çarpan parantezine alma** deriz.

**ÖRNEK:**  $8 \times 21 + 8 \times 9$  işlemini ortak çarpan parantezine alarak yapalım.

Ortak çarpan parantezine almadan yapacak olsaydık 8 ile 21'i çarpacaktık, daha sonra 8 ile 9'u çarpıp bu sonuçları toplayacaktık.

$$8 \times 21 = 168$$

$$8 \times 9 = 72$$

$$168 + 72 = 240$$

Şimdi ise ortak çarpan parantezine alarak soruyu çözelim.

Burada iki çarpma işleminde 8 çarpanı bulunduğu için bu 8'i parantezin dışına çarpım olarak yazarız. Parantezin içine ise  $21 + 9$  yazarız. Önce toplamayı sonra da çarpmayı yaparız.

$$8 \times 21 + 8 \times 9$$

$$8 \times (21 + 9)$$

$$8 \times 30 = 240$$

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Diagram illustrating the distributive property of multiplication over addition. The equation is  $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ . A bracket labeled "ortak" (common) is drawn under the  $a$  in both terms on the left side. A larger bracket is drawn above the right side of the equation, spanning from the  $a$  to the  $(b + c)$ .

$$8 \cdot 4 + 8 \cdot 3 = 8 \cdot (4 + 3)$$

Diagram illustrating the distributive property of multiplication over addition with numerical values. The equation is  $8 \cdot 4 + 8 \cdot 3 = 8 \cdot (4 + 3)$ . A bracket labeled "ortak" (common) is drawn under the  $8$  in both terms on the left side. A larger bracket is drawn above the right side of the equation, spanning from the  $8$  to the  $(4 + 3)$ .

www.matematikciler.org

**ÖRNEK:** Eni 90 cm boyu 260 cm olan bir halının boyundan 160 cm kesildiğinde geriye kalan parçanın alanını bulalım.

Halının başlangıçtaki alanı =  $90 \times 260$

Kesilen parçanın alanı =  $90 \times 160$

Kalan parçanın alanı =  $90 \times 260 - 90 \times 160$

$90 \times (260 - 160) = 90 \times 100 = 9000 \text{ cm}^2$  dir.

## Çarpanlar ve Katlar Konu Anlatımları

### CARPANLAR VE KATLAR

#### BİR DOĞAL SAYININ ÇARPANLARI / BÖLENLERİ

Her doğal sayı iki doğal sayının çarpımı olarak yazılabilir. Bu doğal sayılara o sayının **çarpanı** denir. Bu çarpanlar aynı zamanda o sayıyı kalansız böldüğü için çarpanlara aynı zamanda **bölenidir** de diyebiliriz.

**ÖRNEK:** 24 sayısının çarpanlarını (kalansız bölenlerini) bulalım.

24'ü iki sayının çarpımı şeklinde yazalım. Aşağıdaki gibi sonuçlar elde ederiz.

$$24 = 24 \times 1$$

$$24 = 12 \times 2$$

$$24 = 8 \times 3$$

$$24 = 6 \times 4$$

Buna göre yukarıda yazdığımız sayılar 24'ün çarpanlarıdır.

**24'ün Çarpanları** = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Bu çarpanlar aynı zamanda 24'ü kalansız böler.

**24'ün Kalansız Bölenleri** = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

### BİR DOĞAL SAYININ KATLARI

Bir doğal sayının kalansız böldüğü sayıların tümüne o sayının **katları** denir. Örneğin 2 sayısının katları: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

**ÖRNEK:** 15 sayısının 50 ile 100 arasındaki katlarını yazalım.

$$15 \times 4 = 60$$

$$15 \times 5 = 75$$

$$15 \times 6 = 90$$

**ÖRNEK:** 15 sayısının çarpanlarını (kalansız bölenlerini) bulalım.

$$15 = 15 \times 1$$

$$15 = 3 \times 5$$

**NOT:** Bir sayının çarpanları (kalansız bölenleri), o sayının katlarının da çarpanlarıdır yani katlarını da kalansız böler.

**ÖRNEK:** Yukarıdaki örneğe bakacak olursak 15'in çarpanları olan **1, 3, 5, 15** sayıları aynı zamanda 15'in herhangi bir katının da çarpanlarıdır, yani kalansız böler. Örnek olarak 15'in katı olan 75'i ele alalım:

75'in çarpanları arasında 15'in çarpanları da vardır. Çünkü 75 sayısı 15'in katıdır.

75'in çarpanları **1, 3, 5, 15, 25, 75**

### BÖLÜNEBİLME KURALLARI (2,3,4,5,6,9,10 İLE BÖLÜNEBİLME)

#### KALANSIZ BÖLÜNEBİLME NEDİR?

Bir doğal sayı, bir sayma sayısına bölündüğünde kalan 0 (sıfır) oluyorsa bu işleme **kalansız bölme işlemi** denir ve "bu doğal sayı, o sayma sayısına tam olarak bölünüyor" veya "bu doğal sayı, o sayma sayısına kalansız bölünebiliyor" denir.

#### BÖLÜNEBİLME KURALLARI

##### 2 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI

Birler basamağındaki rakam 0,2,4,6,8 olan sayılar 2 ile kalansız bölünebilir. İki ile kalansız bölünebilen sayılara **çift sayılar** denir. Diğer bir ifade ile birler basamağı 0,2,4,6,8 olan sayılar çift sayılardır.

**ÖRNEK:** 120, 32, 2018 sayıları çift sayılardır ve 2 ile kalansız bölünebilirler.

**SORU:** 541A sayısı 2 ile kalansız bölünebiliyorsa A yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?

2 ile kalansız bölünüyorsa çift sayıdır ve A = 0, 2, 4, 6, 8 olur. Cevap  $0+2+4+6+8=20$ 'dir.

İki ile kalansız bölünemeyen (1 kalanını veren) sayılara **tek sayılar** denir. Diğer bir ifade ile birler basamağı 1,3,5,7,9 olan sayılar tek sayılardır.

**ÖRNEK:** 121, 33, 2017 sayıları tek sayılardır ve 2 ile bölündüğünde 1 kalanını verirler.

**SORU:** 276B sayısı 2'ye tam bölünemiyorsa B yerine gelebilecek rakamların çarpımı kaçtır?

2'ye tam bölünemiyorsa B tek sayıdır ve  $B = 1, 3, 5, 7, 9$  olur. Cevap  $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 = 945$ 'tir.

### **3 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI**

Bir doğal sayının basamaklarındaki rakamların sayı değerleri toplamı 3 ile kalansız (tam) bölünüyorsa bu sayı 3 ile kalansız (tam) bölünebilir.

**ÖRNEK:** 2352 sayısı 3 ile tam bölünebilir.

Çünkü bu sayının rakamları toplamı:

$2+3+5+2=12$ 'dir. 12 sayısı 3'ün katı olduğu için 2352 sayısı 3'e kalansız bölünebilir.

**ÖRNEK:** 2017 sayısı 3 ile tam bölünemez. Çünkü bu sayının rakamları toplamı:

$2+0+1+7=10$ 'dur. 10 sayısı 3'ün tam bir katı olmadığı için 2017 sayısı 3'e tam bölünemez, kalanlı bölünebilir.

**NOT:** Rakamları toplamının 3 ile bölümünden kalanı, sayının 3 ile bölümünden kalanıyla aynıdır.

**ÖRNEK:** 2017 sayısının 3 ile bölümünden kalanı bulalım.

$2+0+1+7=10$ 'dur. 10'un 3 ile bölümünden kalan 1 olduğu için 2017'nin 3 ile bölümünden kalan 1'dir.

**SORU:** 276A sayısı 3 ile kalansız bölünebiliyorsa A yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?

3 ile kalansız bölünüyorsa rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır.

$$2+7+6+A$$

$15+A$  sayısı 3'ün katı olmalı.

A yerine 0,3,6,9 yazarsak bu sayının rakamları toplamı 3'ün katı olur.

A yerine yazabileceğimiz rakamların toplamı  $= 0+3+6+9=18$ 'dir.

### **6 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI**

Bir sayı hem 2 hem de 3 ile kalansız bölünebiliyorsa bu sayı 6 ile kalansız bölünebilir. Yani rakamları toplamı 3'ün katı olan çift sayılar 6'ya tam bölünebilir.

**ÖRNEK:** 510 sayısı 6 ile kalansız bölünebilir çünkü çift sayı olduğu için 2'ye, rakamları toplamı  $(5+1+0=6)$  3'ün katı olduğu için 3'e tam bölünür.

**ÖRNEK:** 285 sayısı 6 ile kalansız bölünemez. (Çünkü 3'e tam bölünebilse bile 2'ye tam bölünemiyor.)

**ÖRNEK:** 724 sayısı 6 ile kalansız bölünemez. (Çünkü 2'ye tam bölünebilse bile 3'e tam bölünemiyor.)

**SORU:** 31A sayısı 6 ile kalansız bölünebiliyorsa A yerine gelebilecek rakamlar nelerdir?

6 ile kalansız bölünüyorsa hem 2'ye hem 3'e tam bölünmelidir. Bu yüzden çift sayı olmalıdır. (2'ye tam bölünebilmesi için)

A yerine 0 yazsak rakamları toplamı  $3+1+0=4$  olur. (4 sayısı 3'ün katı değil)

A yerine 2 yazsak rakamları toplamı  $3+1+2=6$  olur. (6 sayısı 3'ün katı)

A yerine 4 yazsak rakamları toplamı  $3+1+4=8$  olur. (8 sayısı 3'ün katı değil)

A yerine 6 yazsak rakamları toplamı  $3+1+6=10$  olur. (10 sayısı 3'ün katı değil)

A yerine 8 yazsak rakamları toplamı  $3+1+8=12$  olur. (12 sayısı 3'ün katı)

Bu yüzden A yerine 2 ve 8 yazabiliriz.

### **5 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI**

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 veya 5 ise bu sayı 5'e kalansız bölünebilir.

**ÖRNEK:** 2530 sayısı 5'e tam bölünebilir.

Çünkü bu sayının birler basamağı 0'dır.

**ÖRNEK:** 2014 sayısı 5'e tam bölünemez.

Çünkü bu sayının birler basamağı 4'dir.

**NOT:** Bir sayının 5 ile bölümünden kalanı, birler basamağındaki rakamın 5 ile bölümünden kalanı ile aynıdır.

**ÖRNEK:** 2023 sayısının 5 ile bölümünden kalanı bulalım.

2023 sayısı 5'e tam bölünemez. Kalan 3'tür.

**ÖRNEK:** 569 sayısının 5 ile bölümünden kalanı bulalım.

569 sayısı 5'e tam bölünemez. 9'un 5'e bölümünden kalan 4 olduğu için 569'un 5'e bölümünden kalan 4'tür.

### **10 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI**

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 ise bu sayı 10'a kalansız bölünebilir.

**ÖRNEK:** 2530 sayısı 10'a tam bölünebilir.

Çünkü bu sayının birler basamağı 0'dır.

**ÖRNEK:** 2014 sayısı 10'a tam bölünemez.

Çünkü bu sayının birler basamağı 4'dir.

**NOT:** Bir sayının 10 ile bölümünden kalanı bu sayının birler basamağındaki rakam ile aynıdır.

**ÖRNEK:** 2023 sayısının 10 ile bölümünden kalan 3'tür.

### **9 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI**

Bir doğal sayının basamaklarındaki rakamların sayı değerleri toplamı 9 ile kalansız (tam) bölünüyorsa bu sayı 9 ile kalansız (tam) bölünebilir.

**ÖRNEK:** 5436 sayısı 9 ile tam bölünebilir.

Çünkü bu sayının rakamları toplamı:

$5+4+3+6=18$ 'dir. 18 sayısı 9'un katı olduğu için 5436 sayısı 9'a kalansız bölünebilir.

**ÖRNEK:** 2014 sayısı 9 ile tam bölünemez.

Çünkü bu sayının rakamları toplamı:

$2+0+1+4=7$ 'dir. 7 sayısı 9'un tam bir katı olmadığı için 2014 sayısı 9'a tam bölünemez, kalanlı bölünebilir.

**NOT:** Rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalanı, sayının 9 ile bölümünden kalanıyla aynıdır.

**ÖRNEK:** 5451 sayısının 9 ile bölümünden kalanı bulalım.

$5+4+5+1=15$ 'tir. 15'in 9 ile bölümünden kalan 6 olduğu için 5451'in 9 ile bölümünden kalan 6'dır.

**SORU:** 735A sayısı 9 ile kalansız bölünebiliyorsa A yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM:** 3 ile kalansız bölünüyorsa rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır.

$7+3+5+A$

$15+A$  sayısı 9'un katı olmalı.

A yerine 3 yazarsak bu sayının rakamları toplamı 18 olur ve 9 ile kalansız bölünebilir.

#### **4 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI**

Son iki basamağı 00 veya 4'ün katı olan sayılar 4 ile kalansız bölünebilir.

**ÖRNEK:** 120, 312, 2000 sayıları 4'e tam bölünebilirler.

**ÖRNEK:** 2345, 142, 215 sayıları 4'e tam bölünemez.

**SORU:** 871A sayısı 4 ile kalansız bölünebiliyorsa A yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM:** 4 ile kalansız bölünüyorsa son iki basamağı:

8712 ve 8716 olabilir. A yerine yazılabilecek rakamların toplamı:  $2+6=8$ 'dir.

**NOT:** Bir sayının 4 ile bölümünden kalanı, son iki basamağındaki rakamların oluşturduğu sayının 4 ile bölümünden kalanı ile aynıdır.

**ÖRNEK:** 2023 sayısının 4 ile bölümünden kalanı bulalım.

23 sayısının 4'e bölümünden kalan 3 olduğu için 2023 sayısının 4 ile bölümünden kalan 3'tür.

#### **ASAL SAYILAR VE DOĞAL SAYILARI ASAL ÇARPANLARINA AYIRMA**

##### **ASAL SAYILAR**

1 ve kendisinden başka hiç bir sayma sayısına tam bölünemeyen 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir. Diğer bir ifade ile çarpanları sadece 1 ve kendisi olan 1'den büyük doğal sayılardır. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ... sayıları birer asal sayıdır.

**ÖRNEK:** 2, 5, 4, 15 sayılarından hangileri asaldır bulalım.

2 sayısı sadece 1 ve 2'ye kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayıdır.

5 sayısı sadece 1 ve 5'e kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayıdır.

4 sayısı 1'e, 2'ye ve 4'e kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayı değildir.

15 sayısı 1'e, 3'e, 5'e ve 15'e kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayı değildir.

## ASAL SAYILAR İLE İLGİLİ BİLGİLER

# 1 asal sayı değildir.

# 2 en küçük asal sayıdır.

# 2'den başka çift asal sayı yoktur. (Çünkü hepsi 2'ye de bölünür.)

# [Asal Sayılar Hakkında Ek Bilgiler](#)

# [1'den 200'e kadar olan asal sayılar](#)

# [İlk 1000 Asal Sayı](#)

## ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

Bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için iki yöntem kullanabiliriz. Bunlar çarpan ağacı ve bölen listesidir.

### 1) ÇARPAN AĞACI

Çarpan ağacı nedir, nasıl yapılır görelim.

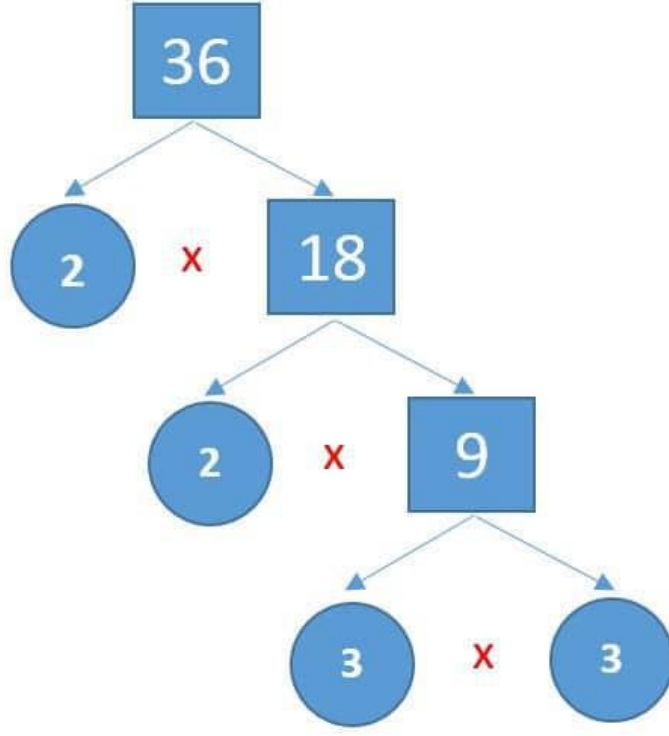
Bir sayıyı iki sayının çarpımı şeklinde yazarız (en küçük asal sayıdan başlayabiliriz). Daha sonra bulduğumuz sayıları asal sayı olana kadar bu işleme devam ederiz. Oluşan dalların uçlarındaki sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır.

**NOT:** Çarpan ağacında dalların uçlarındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir.

**ÖRNEK:** 36 sayısını çarpan ağacı kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.

36 sayısının çarpanları : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36'dır. Bunu bir sayının çarpanları konumuzda öğrenmiştik. Bu sayılardan asal sayı olanları asal çarpanlarımızdır.

36 sayısının asal çarpanları: 2 ve 3'tür. Şimdi bunu çarpan ağacı ile bulalım:



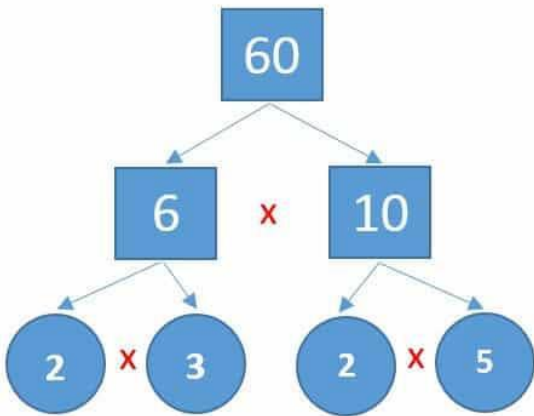
$$36 = 2.2.3.3 = 2^2.3^2$$

[www.matematikciler.org](http://www.matematikciler.org)

**ÖRNEK:** 60 sayısını çarpan ağacı kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.

60 sayısının çarpanları : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 ve 60'tır. Bu sayılardan asal sayı olanları asal çarpanlarımızdır.

60 sayısının asal çarpanları: 2, 3 ve 5'tir. Şimdi bunu çarpan ağacı ile bulalım:



$$60 = 2.3.2.5 = 2^2.3.5$$

[www.matematikciler.org](http://www.matematikciler.org)

**SORU:** Aşağıdaki çarpan ağaçlarında verilmeyen A, B ve C sayılarını bulunuz.

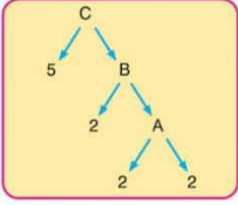
**ÇÖZÜM:** Birinci çarpan ağacı örneğini birlikte yapalım, kalan çarpan ağacı örnekleri sizin olsun.

Çarpan ağacında her sayı altındaki sayıların çarpımına eşittir. Alttan başlayarak

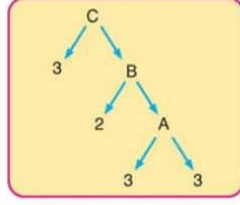
$$A = 2 \cdot 2 = 4$$

$$B = 2 \cdot 4 = 8$$

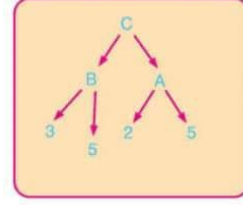
$$C = 5 \cdot 8 = 40 \text{ bulunur.}$$



$$\begin{aligned} A &= 2 \times 2 = 4 \\ B &= 2 \times 4 = 8 \\ C &= 5 \times 8 = 40 \end{aligned}$$



[www.matematikciler.org](http://www.matematikciler.org)



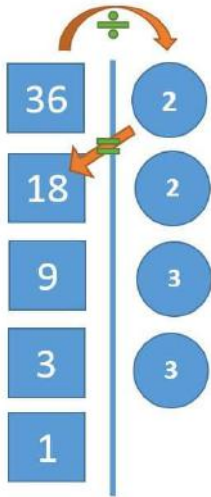
## 2) ASAL ÇARPANLAR ALGORİTMASI (Bölen Listesi)

Asal Çarpanlar Algoritması nedir, nasıl yapılır görelim.

Sayımızın yanına dikey bir çizgi çekeriz ve en küçük asal sayıdan başlayarak ve tam bölünmediğinde bir sonraki asal sayıya geçerek bölme işlemi yaparız. 1'i elde edince işlemimiz sona erer. Çizginin sağında kalan sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır.

**NOT:** Bölen listesinde çizginin sağındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir.

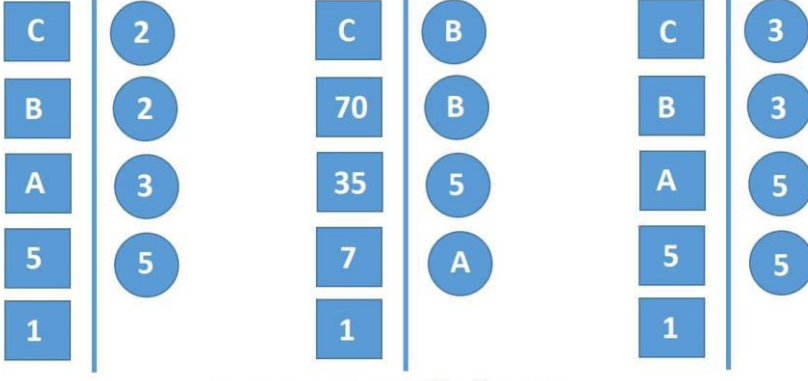
**ÖRNEK:** 36 sayısını asal çarpanlar algoritması ile asal çarpanlarına ayıralım.



$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

[www.matematikciler.org](http://www.matematikciler.org)

**SORU:** Aşağıdaki bölen listelerinde verilmeyen A, B ve C sayılarını bulunuz.



www.matematikciler.org

**ÇÖZÜM:** Birinci bölen listesi örneğini birlikte yapalım, kalan bölen listesi örnekleri sizin olsun.

Bölen listesinde soldaki sayıyı sağındaki sayıya böleriz, çıkan sonucu altına yazarız. Altan başlayarak

$A : 3 = 5$  olacağı için  $A = 15$

$B : 2 = 15$  olacağı için  $B = 30$

$C : 2 = 30$  olacağı için  $A = 60$  bulunur.

### ORTAK BÖLENLER VE KATLAR

#### DOĞAL SAYILARIN ORTAK KATLARI

İki ya da daha fazla doğal sayının katları arasından ortak olanlarına, bu sayıların **ortak katları** denir.

**ÖRNEK:** 6 ve 4 sayılarının ortak katlarını bulalım.

# Öncelikle 6 ve 4 sayılarının katlarını ayrı ayrı yazalım:

6'nın katları : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

4'ün katları : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...

# Şimdi bu katlardan ortak olanlarını işaretleyelim.

6'nın katları : 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, **48**, ...

4'ün katları : 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, ...

**4 ve 6'nın ortak katları: 12, 24, 36, 48, ....**

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katları, bu sayıların ilk (en küçük) ortak katının katlarından oluşur. Örneğin yukarıdaki örnekte 4 ve 6'nın ortak katları (12, 24, 36, 48, ...), bu sayıların en küçük ortak katı olan 12'nin katlarıdır.

#### DOĞAL SAYILARIN ORTAK BÖLENLERİ

İki ya da daha fazla doğal sayıyı aynı anda bölen sayılara, bu sayıların **ortak bölüneni** denir.

**ÖRNEK:** 36 ve 24 sayılarının ortak bölünenlerini bulalım.

# Öncelikle 36 ve 24 sayılarının bölenlerini ayrı ayrı yazalım:

36'nın bölenleri : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

24'ün bölenleri : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

# Şimdi bu bölenlerden ortak olanlarını işaretleyelim.

36'nın bölenleri : **1, 2, 3, 4, 6**, 9, 12, 18, 36

24'ün bölenleri : **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12**, 24.

**36 ve 24'ün ortak bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12'dir.**

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak bölenleri, bu sayıların en büyük ortak böleninin bölenlerinden oluşur. Örneğin yukarıdaki örnekte 32 ve 24'ün ortak bölenleri (1, 2, 3, 4, 6, 12), bu sayıların en büyük ortak böleni olan 12'nin bölenleridir.

### **KÜMELER :**

**Küme Nedir:** İyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna küme denir. Buradaki iyi tanımlanmış, herkes tarafından aynı şekilde bilinen, belirli olan varlıklar demektir. Kümeler genellikle büyük harflerle isimlendirilir ve gösterilirler. Ör: A kümesi

#### **Küme Belirtmez**

Çalışkan öğrenciler

Uzun boylu insanlar

Bazı hayvanlar

Birkaç gün

#### **Küme Belirtir**

Boyu 1.50 m'den uzun öğrenciler

Uçan hayvanlar

P harfi ile başlayan günler

### **KÜMENİN ELEMANI VE ELEMAN SAYISI**

Kümeyi oluşturan varlıklara veya sembollere eleman denir. Eleman  $\in$  sembolü ile gösterilir. Elemanı değilse  $\notin$  sembolü ile gösterilir.

Bir A kümesinin eleman sayısı sembolle  $s(A)$  şeklinde gösterilir.

**ÖRNEK:** A kümesi haftanın P harfi ile başlayan günleri olsun.

Pazartesi  $\in A$  , Pazartesi A kümesinin elemanıdır.

Salı  $\notin A$  , Salı A kümesinin elemanı değildir.

$s(A) = 3$  , A kümesinin eleman sayısı 3'tür.

#### **BOŞ KÜME**

Hiç bir elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme  $\{ \}$  ya da  $\emptyset$  sembolleri ile gösterilir.

**NOT:**  $\{\emptyset\}$  ve  $\{0\}$  kümeleri boş küme olmayıp birer elemana sahip kümelerdir.

## KÜMELERİN GÖSTERİLİŞİ

Kümeler Liste Yöntemi, Ortak Özellik Yöntemi ve Venn Şeması olmak üzere 3 şekilde gösterilir.

**NOT:** Küme içinde eleman tekrarı yapılmaz. Örneğin *ATATÜRK* kelimesinin harflerinin oluşturduğu küme  $\{A, T, Ü, R, K\}$  olur.

### 1) LİSTE YÖNTEMİ

Kümenin elemanlarının küme parantezi içine yani  $\{ \}$  sembolü içine, her bir elemanın arasına virgül konularak yazılmasına liste yöntemi denir. Örnek:

$A = \{ 1, 2, 3 \}$  – A kümesinin eleman sayısı 3'tür.

$B = \{ 123 \}$  – B kümesinin eleman sayısı 1'dir. Çünkü rakamlar arasında virgül olmadığından tek elemanı vardır o da 123'tür.

### 2) ORTAK ÖZELLİK YÖNTEMİ

Kümenin elemanlarını; daha somut ya da daha kolay algılanır biçimde, gerektiğinde sözel, gerektiğinde matematiksel bir ifade olarak ortaya koyma biçimidir.

$A = \{x : (x \text{ in özeliği})\}$

Burada "x :" ifadesi "öyle x lerden oluşur ki" diye okunur.

Bu ifade "x |" biçiminde de yazılabilir.

**ÖRNEK:**

$A = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$  ise bu küme  $A = \{ \text{Çift rakamlar} \}$  olarak gösterilebilir.

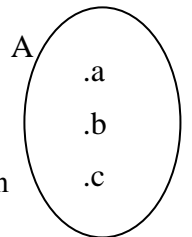
$K = \{ 0, 1, 2, 3 \}$  ise bu küme  $K = \{ x | x \in \mathbb{N} \text{ ve } x < 4 \}$  olarak gösterilebilir.

$P = \{ a, b, c \}$  ise bu küme  $P = \{ \text{Alfabemizin ilk 3 harfi} \}$  olarak gösterilebilir.

### 3) VENN ŞEMASI YÖNTEMİ

Küme, kapalı bir eğri içinde her eleman bir nokta ile gösterilip noktanın yanına elemanın adı yazılarak gösterilir. Bu gösterime Venn Şeması ile gösterim denir.

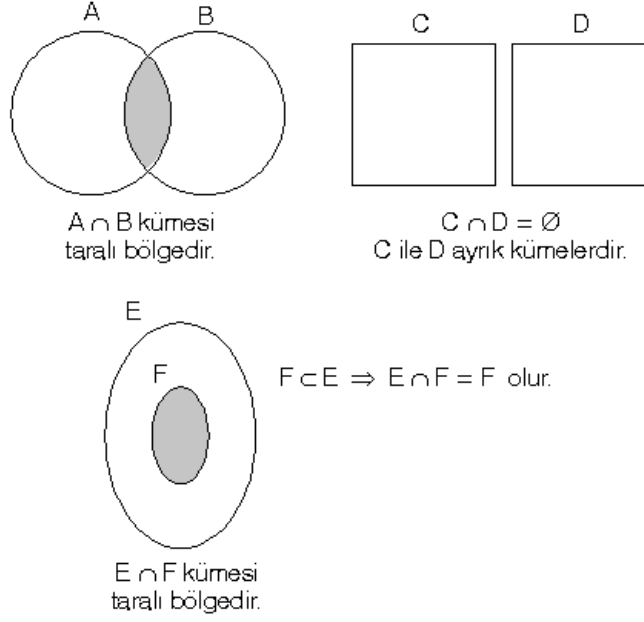
Yanda  $A = \{ a, b, c \}$  kümesi Venn şeması ile gösterilmiştir. Şema ile gösterilirken her elemanın başına nokta konular ve kümenin adı şeklin hemen yanına yazılır.



## KÜMELERDE İŞLEMLER

## 1) KÜMELERDE KESİŞİM

A ve B kümesinin ortak elemanlarından oluşan kümeye A ile B nin kesişim kümesi denir ve  $A \cap B$  biçiminde gösterilir.

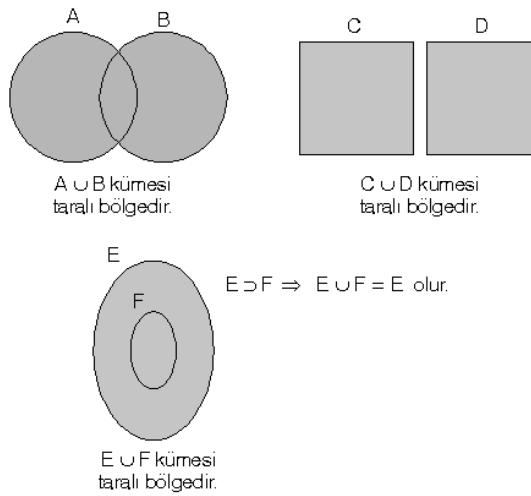


### Kesişimin Özellikleri

- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cap A = A$
- $A \cap B = B \cap A$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

## 2) KÜMELERDE BİRLEŞİM

A kümesindeki ve B kümesindeki bütün elemanların oluşturduğu kümeye bu iki kümenin birleşim kümesi denir ve  $A \cup B$  biçiminde gösterilir.



### Birleşimin Özellikleri

- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cup A = A$
- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
- $A \cap B$  ise,  $A \cup B = B$
- $A \cup B = \emptyset$  ise, ( $A = \emptyset$  ve  $B = \emptyset$ ) dir.

## 2. ÜNİTE KONU ANLATIMLARI

### TAM SAYILAR, MUTLAK DEĞER, TAM SAYILARI KARŞILAŞTIRMA

#### YÖNLÜ SAYILAR

Günlük hayatımızda karşılaştığımız olayların sayısal ifadelerinde doğal sayılar bazı durumlarda yetersiz kalır. Örneğin borç alma-verme, deniz seviyesinin altına inme-üstüne çıkma, kar-zarar etme gibi durumları doğal sayılarla ifade etmemiz karışıklığa sebep olur. Bu yüzden tam sayılar kümesinde yararlanır. Tam sayılar kümesine yönlü sayılar kümesi de denilebilir.

Olumlu durumlarda pozitif tam sayıları (+), olumsuz durumlarda ise negatif tam sayıları (-) kullanırız. Örnek verecek olursak,

Sıcaklık sıfırın altında 20 derece yerine ► -20

Deniz seviyesinin 150 metre üstü ► +150

Zemin katın altındaki 3. kat ► -3

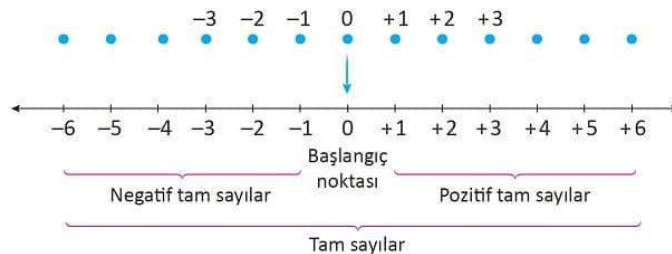
25 TL borç ► -25

500 TL kâr ► +500

#### TAM SAYILAR

Sayıların önüne konulan işaretler sayının yönünü belirtir. Önünde “+” olan sayılara pozitif tam sayılar, önünde “-” olan sayılara ise negatif tam sayılar denir. Sıfır hariç önünde işaret bulunmayan sayıların işareti “+”dır yani pozitif sayılardır. Sıfır sayısı ise ne pozitif ne de negatif bir tam sayıdır.

Sıfıra referans noktası denir. Çünkü sayıların pozitif mi negatif mi olduğunu sıfır ile karşılaştırarak belirleriz. Sayı doğrusunda sıfırın sağındaki sayılar pozitif, solundaki sayılar ise negatiftir.



Tam sayılar, pozitif tam sayılar, negatif tam sayılar ve sıfırdan oluşur.

Pozitif tam sayılar sayı doğrusunda 0'ın sağında yer alır: 1, 2, 3, 4, ...

Negatif tam sayılar sayı doğrusunda 0'ın solunda yer alır: -1, -2, -3, -4, ...

Tam sayılar kümesi ise pozitif tam sayılar, negatif tam sayılar ve sıfırdan oluşur.

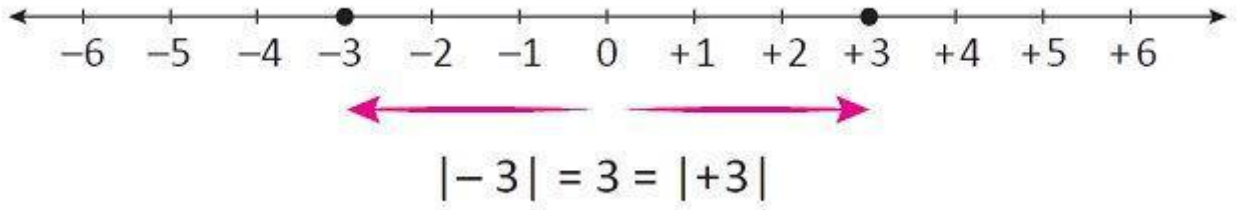
## **MUTLAK DEĞER**

Bir tam sayının referans noktasına yani sıfıra (0) olan uzaklığına o tam sayının **mutlak değeri** denir. Bir A sayısının mutlak değeri  $|A|$  şeklinde gösterilir.

Örneğin  $-5$  sayısının 0'a olan uzaklığı 5 birimdir. Bu yüzden  $-5$ 'in mutlak değeri 5'tir. Bu durum sembolle  $|-5| = 5$  şeklinde gösterilir. Sayının yanındaki çizgiler mutlak değer sembolüdür.

Mutlak değer sıfıra olan uzaklık olduğu için uzaklık birimi negatif olamayacağından mutlak değer asla negatif bir sayı olamaz. 0 sayısının mutlak değeri 0'dır. Bunun dışındaki sayıların mutlak değeri pozitiftir.

**ÖRNEK:** 0'a 3 birim uzaklıkta olan sayıların mutlak değerleri 3'tür.  $|-3| = 3$  ve  $|+3| = 3$



### **ÖRNEKLER:**

$$|-2| = 2$$

$$|+5| = 5$$

$$|0| = 0$$

$$|-123| = 123$$

## **TAM SAYILARI KAŞILAŞTIRMA**

Sayı doğrusunda sağa doğru gidildikçe sayılar büyür, sola doğru gidildikçe sayılar küçülür. Diğer bir ifade ile pozitif sayılar sıfırdan uzaklaştıkça büyür, negatif tam sayılar sıfırdan uzaklaştıkça küçülürler. Sayıları sıralamada " $<$ " ve " $>$ " sembolleri kullanılır.

### **ÖRNEKLER:**

$$+5 \text{ sayısı } +3 \text{ sayısının sağında olduğu için } +5 > +3$$

$$-2 \text{ sayısı } -7 \text{ sayısının sağında olduğu için } -2 > -7$$

Negatif tam sayıları karşılaştırırken borç olarak düşünmeniz karşılaştırmanızı kolaylaştıracaktır. Mesela  $-7$  mi büyük  $-10$  mu diye düşünelim. Sayılar negatif olduğu için  $-7$ 'yi 7 TL borç,  $-10$ 'u ise 10 TL borç olarak düşünebiliriz. 7 TL borç 10 TL borçtan daha iyi bir durum olduğu için  $-7 > -10$  deriz.

### **Şu çıkarımlarda bulunabiliriz:**

- Bütün pozitif tam sayılar 0'dan büyüktür.

- Bütün negatif tam sayılar 0'dan küçüktür.
- Herhangi bir pozitif tam sayı, bütün negatif tam sayılardan büyüktür.
- Herhangi bir negatif tam sayı, bütün pozitif tam sayılardan küçüktür.
- Sayı doğrusundaki bir sayı, sağındaki sayılardan küçük, solundakilerden büyüktür.
- En büyük negatif tam sayı  $-1$ 'dir.
- En küçük pozitif tam sayı  $+1$ 'dir.

**Örnekler:**

$$-15 > -29$$

$$+6 < 23$$

$$0 < 12$$

$$-23 < 0$$

$$-2 > -13$$

$$5 > -7$$

$$|-2| > -2$$

$$|-23| < 144$$

$$15 < |-18|$$