

10.SINIF MATEMATİK KONU ANLATIMI

Bu sayfamızda 10.Sınıf Matematik konu anlatımı videolar, 10.Sınıf Matematik Ders Notları, 10.Sınıf Matematik Konu Özetleri, 10.Sınıf Matematik Konularını ve size katkı sağlayacak birçok kaynağı bir araya getirdik.

10.SINIF MATEMATİK KONULARI

1. ÜNİTE: SAYMA

- [Binom Açılımı](#)
- [Kombinasyon](#)
- [Permütasyon](#)

2. ÜNİTE: OLASILIK

- [Olasılık](#)

3. ÜNİTE: OLASILIK

- [Özel Tanımlı Fonksiyonlar](#)

4.ÜNİTE: FONKSİYONLARLA İŞLEMLER VE UYGULAMALARI

- [Fonksiyonlar](#)

5. ÜNİTE: DÖRTGENLER VE ÇOKGENLER

- [Dörtgenler](#)
- [Çokgenler](#)
- [Paralelkenar](#)
- [Eşkenar Dörtgen](#)
- [Dikdörtgen](#)
- [Kare](#)
- [Deltoid](#)
- [Yamuk](#)

6. ÜNİTE: İKİNCİ DERECEDEN DENKLEM VE FONKSİYONLAR

- [2.Dereceden Denklemler](#)
- [Eşitsizlikler](#)

7 ÜNİTE: POLİNOMLAR

- [Polinomlar](#)

8. ÜNİTE: ÇEMBER VE DAİRE

- [Çemberde Açı](#)
- [Çemberde Uzunluk](#)
- [Çemberde Benzerlik](#)
- [Dairede Alan ve Uzunluk](#)

9. ÜNİTE: GEOMETRİK CİSİMLER

- [Katı Cisimler](#)

BİNOM AÇILIMI

TANIM

n doğal sayı olmak üzere,

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \dots + \binom{n}{r}x^{n-r}y^r + \dots + \binom{n}{n}y^n$$

$$(x-y)^n = \binom{n}{0}x^n - \binom{n}{1}x^{n-1}y + \dots + (-1)^r \binom{n}{r}x^{n-r}y^r + \dots + (-1)^n \binom{n}{n}y^n$$

eşitliklerine binom açılımı denir.

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{r}, \dots, \binom{n}{n}$$

sayılarına binom kat sayıları denir.

$$\binom{n}{0}x^n, -\binom{n}{1}x^{n-1}y, \dots, (-1)^n \binom{n}{n}y^n$$

ifadelerinin her birine terim denir.

$$\binom{n}{r}x^{n-r} \cdot y^r$$

ifadesinde $\binom{n}{r}$ kat sayı, x^{n-1} ile y^r terimin çarpanlarıdır.

Kural

- $(x + y)^n$ açılımında $n + 1$ tane terim vardır.
- $(x + y)^n$ açılımında her terimdeki x ve y çarpanlarının üslerinin toplamı n sayısına eşittir.
- $(x + y)^n$ ifadesinin kat sayılarının toplamı x ile y yerine 1 yazılarak,

$$(1 + 1)^n = 2^n \text{ bulunur.}$$

- $(x + y)^n$ ifadesinin açılımındaki sabit terimi bulmak için x ile y yerine 0 yazılır.
- $(x + y)^n$ ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre dizildiğinde baştan $r + 1$ inci terim:

$$\binom{n}{r} x^{n-r} y^r \text{ olur.}$$

- $(x + y)^{2n}$ nin açılımındaki ortanca terim:

$$\binom{2n}{n} x^n y^n \text{ dir.}$$

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

KOMBİNASYON

KOMBİNASYON (GRUPLAMA)

$r, n \in \mathbb{N}$ ve $r \leq n$ olmak koşuluyla, n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı alt kümelerinin her birine, A kümesinin r li kombinasyonu denir.

n elemanlı kümenin r li kombinasyonlarının sayısı, $K(n, r)$, C_r^n ya da $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

n elemanlı kümenin r li kombinasyonlarının sayısı:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} = \frac{P(n, r)}{r!} \text{ dir.}$$

Kural

$$\checkmark \quad \binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{n} = 1 \text{ dir.}$$

$$\checkmark \quad \binom{n}{x} = \binom{n}{y} \text{ ise } (x = y \text{ veya } x + y = n) \text{ dir.}$$

$$\checkmark \quad \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

Kural

$$\binom{n}{0}$$

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, n elemanlı sonlu bir kümenin; 0 elemanlı alt kümelerinin sayısı :

1 elemanlı alt kümelerinin sayısı : $\binom{n}{1}$

2 elemanlı alt kümelerinin sayısı: $\binom{n}{2}$

n elemanlı alt kümelerinin sayısı: $\binom{n}{n}$

olduğundan tüm alt kümelerinin sayısı:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ dir.}$$

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

PERMÜTASYON

A. SAYMANIN TEMEL KURALI

1. Toplama Kuralı

Sonlu ve ayrık kümelerin eleman sayılarının toplamı, bu kümelerin birleşimlerinin elemanlarının sayısına eşittir.

Sonlu ve ayrık iki küme A ve B olsun.

$$s(A) = m$$

$$s(B) = n$$

$$s(A \cap B) = \emptyset$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} s(A \cup B) &= s(A) + s(B) \\ &= m + n \text{ dir.} \end{aligned}$$

Sonuç

Ayrık iki işlemde biri m yolla diğeri n yolla yapılabiliyorsa, bu işlemlerden biri veya diğeri m + n yolla yapılabilir.

2. Çarpma Kuralı

2 tane elemandan oluşan (a_1, a_2) ifadesine sıralı ikili denir. Benzer biçimde

(a_1, a_2, a_3) ifadesine sıralı üçlü

(a_1, a_2, a_3, a_4) ifadesine sıralı dördlü

...

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ ifadesine sıralı n li denir.

A ve B sonlu iki küme olsun

$$s(A) = m$$

$$s(B) = n$$

olmak üzere,

$$s(A \times B) = s(A) \times s(B) = m \times n \text{ dir.}$$

$A \times B$ kümesi birinci bileşenleri A dan ikinci bileşenleri B den alınan sıralı ikililerden oluşur.

Sonuç

İki işlemden birincisi m yolla yapılabiliyorsa ve ilk işlem bu m yoldan birisiyle yapıldıktan sonra ikinci işlem n yolla yapılabiliyorsa bu iki işlem birlikte **m × n** yolla yapılabilir.

B. FAKTÖRİYEL

1 den n ye kadar olan sayma sayılarının çarpımına n faktöriyel denir ve n! biçiminde gösterilir.

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Sonuç

$$\begin{aligned} n! &= n \cdot (n-1)! \\ &= n \cdot (n-1) \cdot (n-2)! \end{aligned}$$

C. PERMÜTASYON (SIRALAMA)

r ve n sayma sayısı ve $r \leq n$ olmak üzere, n elemanlı bir kümenin r elemanlı sıralı r lilerine bu kümenin r li permütasyonları denir.

n elemanlı kümenin r li permütasyonlarının sayısı :

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-r+1)}_{r \text{ tane çarpan}}$$

Sonuç

$$\mathbf{1. P(n, n) = n! \quad 2. P(n, 1) = n}$$

1. Dairesel (Dönel) Permütasyon

n tane farklı elemanın dönel (dairesel) sıralamasına, n elemanın dönel (dairesel) sıralaması denir.

Elemanlardan biri sabit tutularak n elemanın dönel (dairesel) sıralamalarının sayısı $(n - 1)!$ ile bulunur.

2. Tekrarlı Permütasyon

n tane nesnenin n_1 tanesi 1. çeşitten, n_2 tanesi 2. çeşitten, ... , n_r tanesi de r. çeşitten olsun.

$n = n_1 + n_2 + \dots + n_r$ olmak üzere bu n tane nesnenin n li permütasyonlarının sayısı,

$$\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_r!} \text{ dir .}$$

Olasılık

A. TANIM

Olasılık, sonucu kesin olmayan olaylarla ilgilenir. Bir zar atıldığında üst yüze gelen noktaların sayısının ne olacağı gibi şans oyunları ile ilgilenen olasılık teorisi günümüzde sosyal olaylar ve bilimsel çalışmalarda da kullanılmaktadır.

B. OLASILIK TERİMLERİ

Bir madeni para havaya atıldığında yazı mı ya da tura mı geleceğini (v.b) tesbit etme işlemine **deney** denir.

Bir deneyin her bir görüntüsüne (çıkışına) **sonuç** denir.

Bir deneyin bütün sonuçlarını eleman kabul eden kümeye **örnek uzay** ve örnek uzayın her bir elemanına **örnek nokta** denir.

Bir örnek uzayın her bir alt kümesine **olay** denir.

Örnek uzayın alt kümelerinden olan boş kümeye **imkansız** (olanaksız) **olay** denir.

Örnek uzayın bütün elemanlarını içeren alt kümesine **mutlak** (kesin) **olay** denir.

A ve B, E örnek uzayına ait iki olay olsun.

$$A \cap B = \emptyset$$

ise, A ve B olayına **ayrık olay** denir.

C. OLASILIK FONKSİYONU

E örnek uzayının bütün alt kümelerinin oluşturduğu kuvvet kümesi K olsun.

$$P : K \rightarrow [0, 1]$$

biçiminde tanımlanan P fonksiyonuna **olasılık fonksiyonu** denir. $A \in K$ ise P(A) gerçel sayısına A olayının **olasılığı** denir.

Ü **1)** Her $A \in K$ için, $0 \leq P(A) \leq 1$ dir. Yani, A olayının olasılığı 0 ile 1 arasındadır.

2) İmkansız olayın olasılığı 0 ve kesin olayın olasılığı 1 dir.

3) A, B $\in K$ ve $A \cap B = \emptyset$ ise,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ dir.}$$

1)

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{Uygun sonuçların sayısı}}{\text{Olabilecek durumların sayısı}}$$

2) $A \cap B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.

3) A, A'nın tümleyeni olmak üzere,

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \text{ dir.}$$

$$4) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

5) A, B, C olayları E örnek uzayının ikişer ikişer ayrık bütün olayları ise,

$$(E = A \cup B \cup C)$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \text{ dir.}$$

Ü 1) n, paranın atılma sayısını veya para sayısını göstermek üzere, örnek uzay 2^n dir.

Ü 2) n, zarın atılma sayısını veya zar sayısını göstermek üzere, örnek uzay 6^n dir.

D. BAĞIMSIZ VE BAĞIMLI OLAYLAR

Bir olayın elde edilmesi, diğer olayın elde edilmesini etkilemiyorsa bu iki olaya bağımsız olaylar denir.

Eğer iki olay bağımsız değil ise, bu olaylara birbirine **bağımlıdır** denir.

Ü A ve B bağımsız iki olay olsun. A'nın ve B'nin gerçekleşme olasılığı :

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ dir.}$$

E. KOŞULLU OLASILIK

A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. B olayının gerçekleşmiş olması durumunda, A olayının olasılığına, A olayının B'ye bağlı koşullu olasılığı denir ve $P(A|B)$ ile gösterilir.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad P(B) \neq 0 \text{ dir.}$$

Bir deneyde bir A olayının olasılığı x olsun. Bu deney n kez tekrarlandığında A olayının k kez gerçekleşmesi olasılığı,

$$\binom{n}{k} \cdot x^k \cdot (1-x)^{n-k}$$

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

A. BİR FONKSİYONUN TANIM KÜMESİ

Kuralı verilmiş bir fonksiyonun tanımlı olduğu en geniş reel sayı kümesine o fonksiyonun tanım kümesi (tanım aralığı) denir.

1. Polinom Fonksiyonun Tanım Kümesi

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

şeklindeki reel katsayılı polinom fonksiyonları bütün reel sayılar için tanımlıdır.

Tanım kümesi A ile gösterilirse, polinom fonksiyonlarının tanım kümesi $A = \mathbb{R}$ olur.

2. Rasyonel Fonksiyonların Tanım Kümesi

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

şeklindeki rasyonel fonksiyonlar

$Q(x) = 0$ için tanımsızdır.

$Q(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\mathcal{C} = B$ ise $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi (tanım aralığı) $A = \mathbb{R} - B$ olur.

3. Çift Dereceden Köklü Fonksiyonların Tanım Kümesi

n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ şeklindeki fonksiyonlar $g(x) \geq 0$ için tanımlıdır.

$g(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $\mathcal{C} = B$ ise $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $A = B$ dir.

4. Tek Dereceden Köklü Fonksiyonların Tanım Kümesi

n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt[n+1]{g(x)}$$

fonksiyonu, $g(x)$ in tanımlı olduğu her yerde tanımlıdır. $g(x)$ in tanım kümesi B ise $f(x)$ in tanım kümesi (aralığı) $A = B$ dir.

B. PARÇALI FONKSİYONLAR

Tanım kümesinin alt aralıklarında farklı birer kuralla tanımlanan fonksiyonlara parçalı fonksiyonlar adı verilir.

C. MUTLAK DEĞER FONKSİYONU

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu reel değerli bir fonksiyon olsun.

şeklinde tanımlanan $|f|$ fonksiyonuna f fonksiyonunun mutlak değer fonksiyonu denir.

$$|f|(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \text{ ise} \\ -f(x), & f(x) < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

Kural

Mutlak değer tanımına göre, $f(x)$ in negatif olmadığı yerde $|f(x)|$ in grafiği $f(x)$ in grafiği ile aynıdır. $f(x)$ in negatif olduğu yerde $|f(x)|$ in grafiği $f(x)$ in grafiğinin Ox eksenine göre simetriğidir. Bu durumda, $y = |f(x)|$ in grafiğini iki adımda çizebiliriz.

1. Adım: $y = f(x)$ in grafiği çizilir.

2. Adım : Ox ekseninin üst tarafında kalan eğri aynen bırakılır. Ox ekseninin altında kalan kısmın Ox eksenine göre simetriği alınır.

D. İŞARET FONKSİYONU

$f : A \subset \mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye bir fonksiyon olmak üzere,

$$\text{sgn}(f(x)) = \begin{cases} 1, & f(x) > 0 \text{ ise} \\ 0, & f(x) = 0 \text{ ise} \\ -1, & f(x) < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyona f nin işaret fonksiyonu denir.

E. TAM DEĞER FONKSİYONU

1. Tam Değer Kavramı

x bir reel sayı olmak üzere, x ten büyük olmayan en büyük tam sayıya x in tam değeri denir ve $\llbracket x \rrbracket$ ile gösterilir. x bir reel sayı olmak üzere, x ten büyük olmayan en büyük tam sayı t ise,

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$f(x) = \llbracket x \rrbracket = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Z} \text{ ise} \\ t, & x \notin \mathbb{Z} \text{ ise} \end{cases}$$

olur.

2. Tam Değer Fonksiyonu

$A \subset \mathbb{R}$ olmak üzere

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \llbracket x \rrbracket$$

şeklinde tanımlanan fonksiyona tam değer fonksiyonu denir.

Kural

- ✓ $\llbracket x \rrbracket = a \Leftrightarrow a \leq x < a+1, \quad (a \in \mathbb{Z})$
- ✓ Her $x \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{Z}$ için, $\llbracket x+a \rrbracket = \llbracket x \rrbracket + a$
- ✓ Her $x, y \in \mathbb{R}$ için, $\llbracket x+y \rrbracket \geq \llbracket x \rrbracket + \llbracket y \rrbracket$ dir.

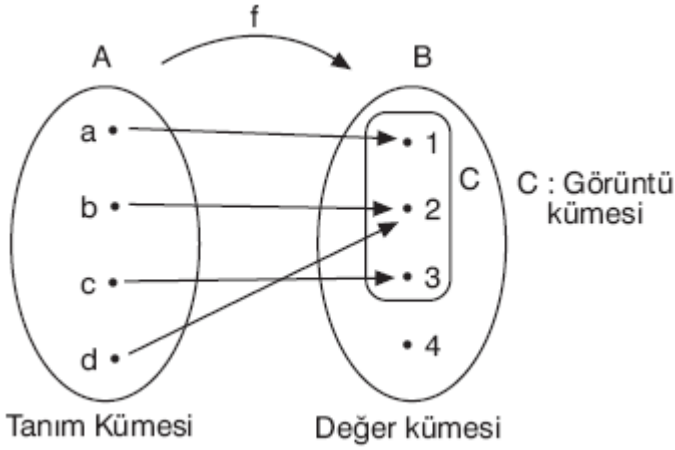
FONKSİYON:

$A \neq \emptyset$ ve $B \neq \emptyset$ olmak üzere, A dan B ye bir β bağıntısı verilmiş olsun.

A nın **her elemanı** B nin elemanlarıyla en az bir kez ve en çok bir kez eşleniyorsa bu bağıntıya fonksiyon denir.

$\forall x \in A$ ve $y \in B$ olmak üzere, A dan B ye bir f fonksiyonu

$f : A \rightarrow B$ ya da $x \rightarrow f(x) = y$ biçiminde gösterilir. A ya fonksiyonun **tanım kümesi**, B ye de **değer kümesi** denir.



Yukarıda A dan B ye tanımlanan f fonksiyonu

$$f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 2)\}$$

biçiminde de gösterilir.

☞	Her fonksiyon bir bağıntıdır. Fakat her bağıntı fonksiyon olmayabilir.
☞	Görüntü kümesi değer kümesinin alt kümesidir.
☞	$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere, i) A dan B ye n^m tane fonksiyon tanımlanabilir.
	ii) B den A ya m^n tane fonksiyon tanımlanabilir.
	iii) A dan B ye tanımlanabilen fonksiyon olmayan bağıntıların sayısı $2^{m \cdot n} - n^m$ dir.
☞	Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını anlamak için, y eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular fonksiyonun belirttiği eğride en az bir ve en çok bir noktayı kesiyorsa verilen bağıntı x ten y ye bir fonksiyondur.

B. FONKSİYONLARDA İŞLEMLER

$A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları tanımlansın.

1. $(f + g) : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}, (f + g)(x) = f(x) + g(x)$
2. $(f - g) : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}, (f - g)(x) = f(x) - g(x)$
3. $(f \cdot g) : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}, (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$$\frac{f}{g} : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}, \left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

4. $\forall x \in A \cap B$ için, $g(x) \neq 0$ olmak üzere,

1. $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f : A \rightarrow \mathbb{R}, (c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$ tir.

C. FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

Bir fonksiyonda farklı elemanların görüntüleri de farklıysa fonksiyon bire birdir..

1. Bire Bir Fonksiyon

Buna göre, bire bir fonksiyonda,

$\forall x_1, x_2 \in A$ için, $x_1 \neq x_2$ iken $f(x_1) \neq f(x_2)$ olur.

Diğer bir ifadeyle,

$\forall x_1, x_2 \in A$ için, $f(x_1) = f(x_2)$ iken

$x_1 = x_2$ ise, f fonksiyonu bire birdir.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & \text{s}(A) = m \text{ ve } \text{s}(B) = n \text{ (} n \geq m \text{) olmak üzere, } A \text{ dan } B \text{ ye tanımlanabilecek bire bir fonksiyonların sayısı,} \\ & P(n, m) = \frac{n!}{(n-m)!} \\ & = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1) \text{ dir.} \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{m \text{ tane}} \end{aligned}$$

2. Örten Fonksiyon

Görüntü kümesi değer kümesine eşit olan fonksiyonlara örten fonksiyon denir.

$$\Rightarrow \quad f : A \rightarrow B \text{ f}(A) = B \text{ ise, } f \text{ örtendir.}$$

⇒ $s(A) = m$ olmak üzere, A dan A ya tanımlanabilen bire bir örten fonksiyonların sayısı, $m! = m \cdot (m - 1) \cdot (m - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ dir.

3. İçine Fonksiyon

Örten olmayan fonksiyona içine fonksiyon denir.

⇒ İçine fonksiyonun değer kümesinde eşlenmemiş eleman vardır.

⇒ $s(A) = m$ olmak üzere, A dan A ya tanımlanabilen içine fonksiyonların sayısı $m^m - m!$ dir.

4. Birim (Etkisiz)

Fonksiyon Her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona birim fonksiyon denir.

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x$$

ise, f birim (etkisiz) fonksiyondur.

⇒ Birim fonksiyon genellikle I ile gösterilir.

5. Sabit Fonksiyon

Tanım kümesindeki bütün elemanları değer küme-sindeki bir elemana eşleyen fonksiyona sabit fonksiyon denir.

⇒ $\forall x \in A$ ve $c \in B$ için, $f : A \rightarrow B$

$$f(x) = c$$

ise, f sabit fonksiyondur.

⇒ $s(A) = m$, $s(B) = n$ olmak üzere, A dan B ye n tane sabit fonksiyon tanımlanabilir.

6. Çift ve Tek Fonksiyon

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(-x) = f(x)$ ise, f fonksiyonu **çift fonksiyondur**.

$f(-x) = -f(x)$ ise, f fonksiyonu **tek fonksiyondur**.

- Çift fonksiyonların grafikleri Oy eksenine göre simetriktir.
- Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.

D. EŞİT FONKSİYON

$f : A \rightarrow B$

$g : A \rightarrow B$

Her $x \in A$ için $f(x) = g(x)$ ise, f fonksiyonu g fonksiyonuna eşittir.

E. PERMÜTASYON FONKSİYON

$f : A \rightarrow A$

olmak üzere, f fonksiyonu bire bir ve örten ise, f **fonksiyonuna permütasyon** fonksiyon denir.

$A = \{a, b, c\}$ olmak üzere, $f : A \rightarrow A$

$f = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$

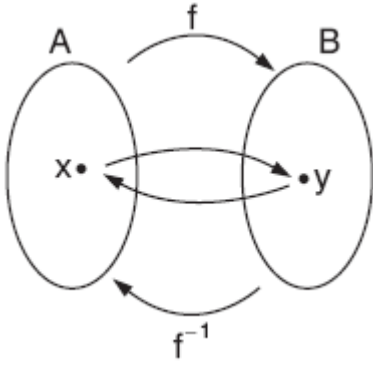
fonksiyonu permütasyon fonksiyon olup

$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$ biçiminde gösterilir.

F. TERS FONKSİYON

$f : A \rightarrow B$, $f = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$ bire bir ve örten fonksiyon olmak üzere,

$f^{-1} : B \rightarrow A$, $f^{-1} = \{(y, x) | (x, y) \in f\}$ fonksiyonuna **f nin ters fonksiyonu** denir.



$(x, y) \in f$ ise, $(y, x) \in f^{-1}$ olduğu için, $y = f(x)$ ise, $x = f^{-1}(y)$ dir.

Ayrıca, $(f^{-1})^{-1} = f$ dir.

$(f^{-1})^{-1} = f$ dir. Ancak, $(f^{-1}(x))^{-1} \neq f(x)$ tir.

f fonksiyonu bire bir ve örten değilse, f^{-1} fonksiyon değildir.

$f : A \rightarrow B$ ise, $f^{-1} : B \rightarrow A$ olduğu için, f nin tanım kümesi, f^{-1} in değer kümesidir. f nin değer kümesi de, f^{-1} in tanım kümesidir.

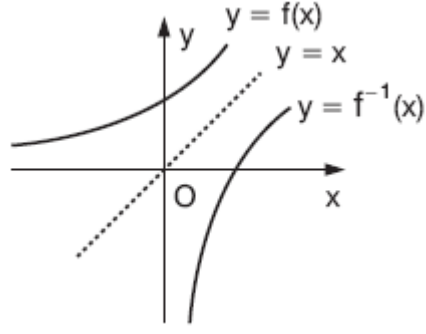
$f(a) = b$ ise, $f^{-1}(b) = a$ dir. $f^{-1}(b) = a$ ise, $f(a) = b$ dir.

1) $f(x) = ax + b$ ise, $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$ dir.

2) $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$ olmak üzere,

$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ise, $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$ dir.

$\Rightarrow$ $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile $y = f^{-1}(x)$ in grafiği



$y = x$ doğrusuna göre birbirinin simetriğidir.

⇒

$$f: \left[-\frac{b}{2a}, +\infty \right) \rightarrow B$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ ise,}$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{4ax - 4ac + b^2}{4a^2}} \text{ dır.}$$

$B \subset \mathbb{R}$ olmak üzere,

⇒

$$f: \left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right] \rightarrow B$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ ise,}$$

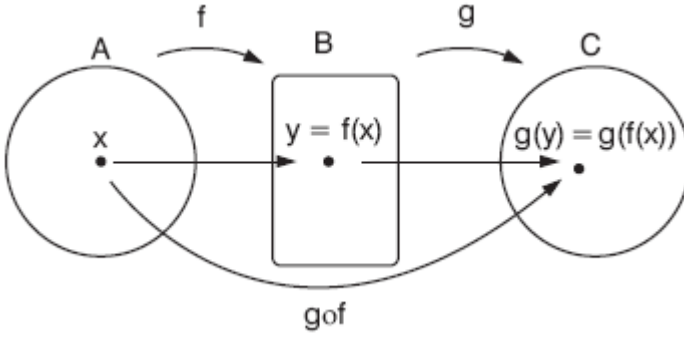
$$f^{-1}(x) = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{4ax - 4ac + b^2}{4a^2}} \text{ dır.}$$

$B \subset \mathbb{R}$ olmak üzere,

G. BİLEŞKE FONKSİYON

$f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ fonksiyonları tanımlansın.

f ve g yi kullanarak A kümesinin elemanlarını C kümesinin elemanlarına eşleyen fonksiyona g ile f nin bileşke fonksiyonu denir.



Buna göre,

$f : A \rightarrow B$ ve $g : B \rightarrow C$ olmak üzere, $g \circ f : A \rightarrow C$ fonksiyonuna f ile g nin bileşke fonksiyonu denir ve g bileşke f diye okunur.

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = g[f(x)] \text{ tir.}$$

Bileşke işleminin değişme özeliği yoktur.Bu durumda, $f \circ g \neq g \circ f$ dir.

Bazı fonksiyonlar için $f \circ g = g \circ f$ olabilir. Ancak bu "fonksiyonlarda değişme özeliği yoktur." gerçeğini değiştirmez.

$\Rightarrow$ Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özeliği vardır.Bu durumda $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h) = f \circ g \circ h$ olur.

$\Rightarrow$ I birim fonksiyon olmak üzere, $f \circ I = I \circ f = f$ ve

$$f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = I \text{ dir.}$$

$\Rightarrow$ f, g ve h fonksiyonları bire bir ve örten olmak üzere, $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ ve

$$(f \circ g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1} \text{ dir.}$$

$\Rightarrow$ $(f \circ g)(x) = h(x)$ ise, $f(x) = (h \circ g^{-1})(x)$ dir.

$$\text{ise, } g(x) = (f^{-1} \circ h)(x) \text{ tir.}$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx-a} \text{ ise,}$$

$$\bullet f^{-1}(x) = f(x) \text{ tir.}$$

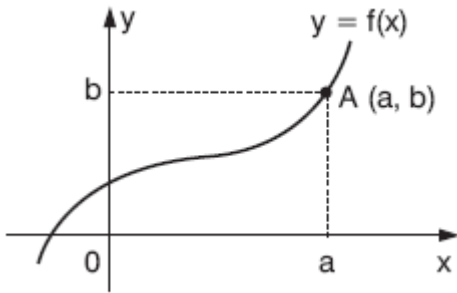
$$\bullet (f \circ f)(x) = x$$

- $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$
- $(f \circ f \circ f \circ f)(x) = x$

H. FONKSİYONUN GRAFİĞİ

Bir fonksiyonun elemanlarına analitik düzlemde karşılık gelen noktaların kümesine bu fonksiyonun grafiği denir.

$$f : A \rightarrow B, f = \{(x, y) | x \in A, y \in B, y = f(x)\}$$

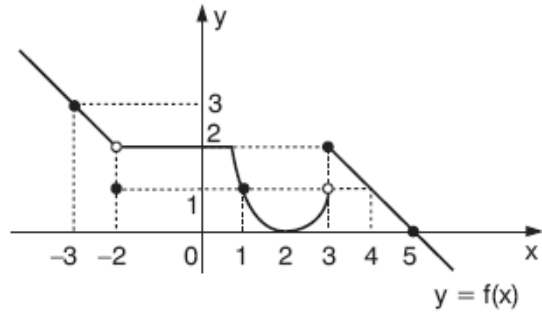


$(a, b) \in \text{folduğundan}$

$f(a) = b$ dir.

Ayrıca, $f^{-1}(b) = a$ dir.

⇒ Yandaki $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, $f(-3) = 3$, $f(-2) = 1$, $f(-1) = 2$, $f(0) = 2$, $f(1) = 1$,
 $f(2) = 0$, $f(3) = 2$, $f(4) = 1$, $f(5) = 0$ dir.

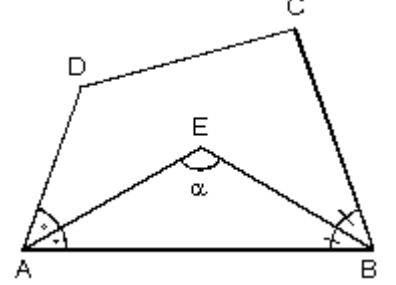


Dörtgenler:

DÖRTGENLERİN GENEL ÖZELLİKLERİ

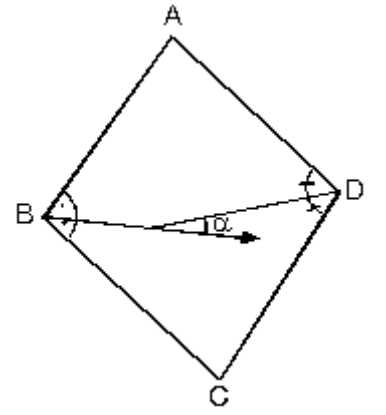
1. Bir dörtgende komşu iki iç açının açıortaylarının oluşturduğu açının ölçüsü, diğer iki açının ölçüleri toplamının yarısına eşittir.

$$\alpha = \frac{m(D) + m(C)}{2}$$



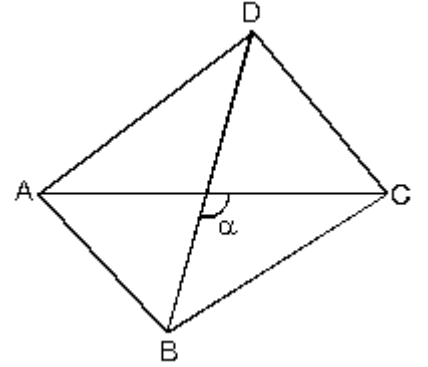
2. Bir dörtgende karşı iki açının açıortayları arasındaki dar açının ölçüsü diğer iki açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısına eşittir.

$$\alpha = \frac{m(D) + m(C)}{2}$$



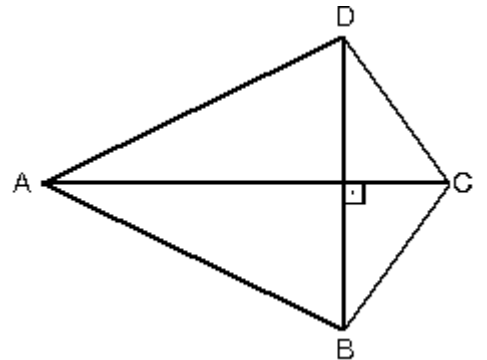
3. Köşegenleri ve köşegenlerinin arasındaki açısının ölçüsünü bilinen dörtgenin alanı; ABCD dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegen uzunlukları ile a biliniyor

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha$$



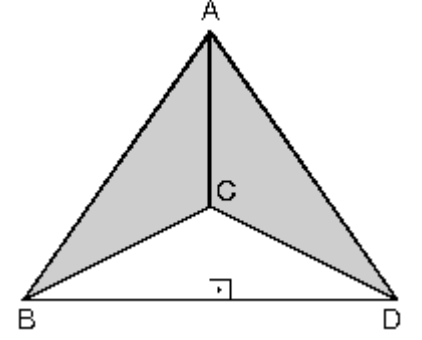
- Köşegenleri birbirine dik olan dörtgenlerde
- ($\sin 90^\circ = 1$ olduğundan)

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD|$$



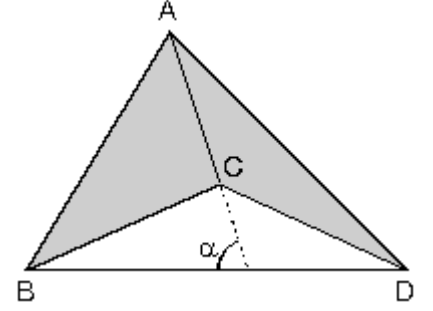
- Köşegen doğruları birbirine dik ise

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD|$$

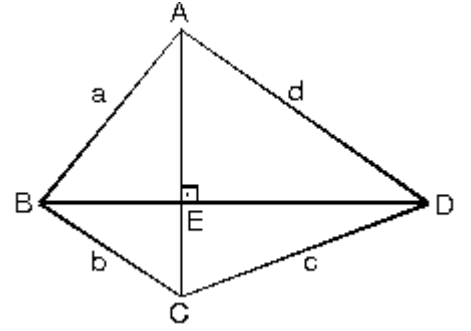


4. Köşegenleri ve köşegenlerinin arasındaki açısının ölçüsü bilinen içbükey dörtgenin alanı; $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenleri ile köşegen doğruları arasındaki α biliniyor ise ABCD içbükey dörtgeninin alanı;

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha$$



5. Köşegenleri dik kesişen dörtgenlerin kenarları arasındaki bağıntı; ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$

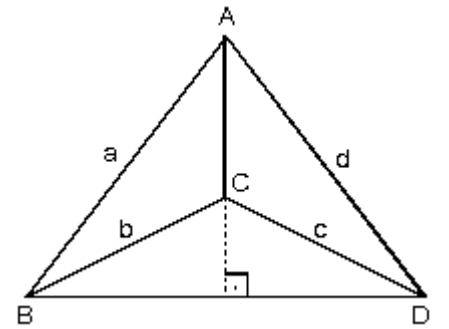


Köşegenleri dik olan dörtgenlerin karşılıklı kenarlarının kareleri toplamı eşittir.

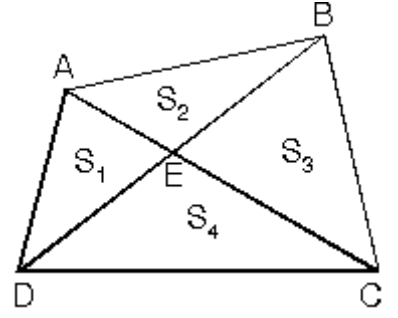
- Köşegenleri dik içbükey dörtgenlerde de karşılıklı kenarların kareleri toplamı eşittir.

ABCD dörtgeninde

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

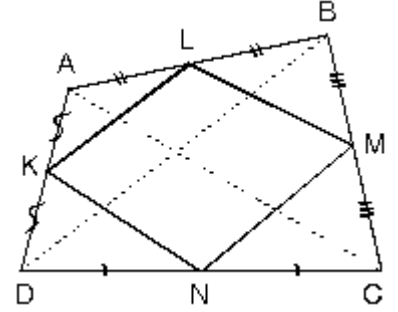


6. Dörtgenlerde köşegenlerin ayırdığı alanlar; ABE ve ADE üçgenlerinin yükseklikleri eşit olduğundan alanlarının oranı tabanlarının oranına eşittir.

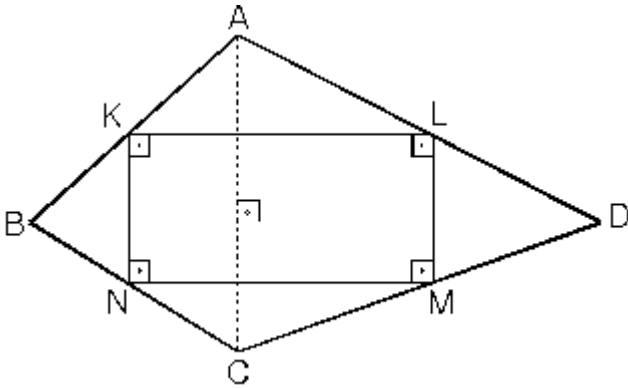


7. Dörtgenlerde kenarların orta noktalarının birleştirilmesiyle oluşan paralelkenar; ABCD dörtgeninde kenarların orta noktaları birleştirilerek oluşan KLMN dörtgeni paralelkenardır. Paralelkenarın alanı dörtgenin alanının yarısına eşittir. $[KL] \parallel$

$$[BD] \parallel [MN] \text{ ve } |KL| = |MN| = \frac{|BD|}{2} \quad [LM] \parallel [AC] \parallel [KN] \text{ ve } |LM| = |KN| = \frac{|AC|}{2}$$



- Köşegenleri dik kesişen dörtgenlerde, kenarların orta noktaları birleştirilerek elde edilen dörtgen, dikdörtgendir.



$[AC] \perp [BD]$ ve K, L, M, N kenarların orta noktaları ise KLMN dikdörtgendir.

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

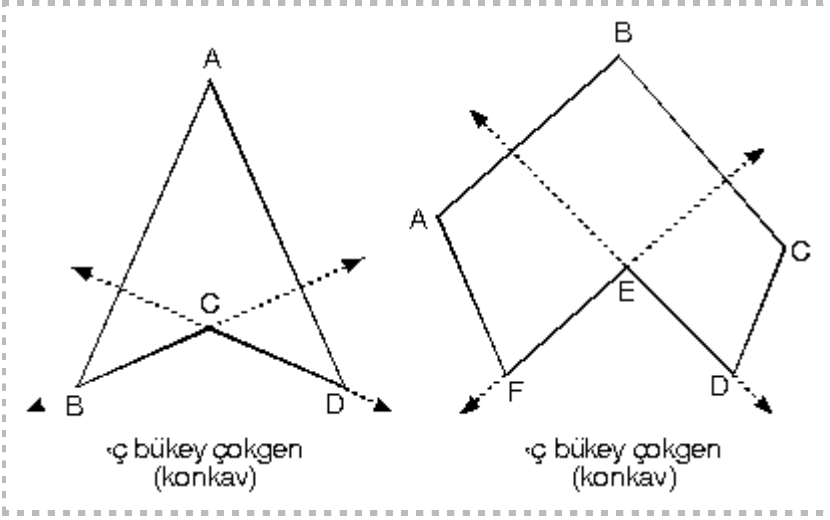
Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

ÇOKGENLER

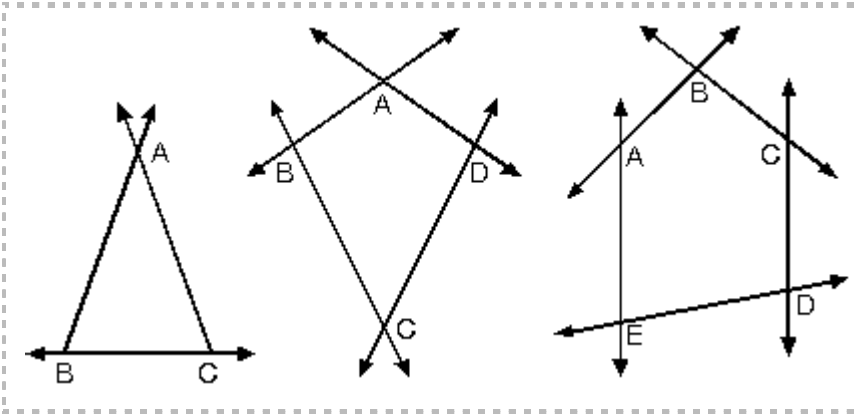
1. Çokgen

Bir düzlemde birbirinden farklı ve herhangi üçü doğrusal olmayan $A_1, A_2, A_3, \dots$ gibi n tane ($n \geq 3$) noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillere **çokgen** denir.

a. İçbükey (konkav) çokgenler: Bir çokgenin bazı kenar doğruları çokgeni kesiyorsa bu tür çokgenlere **İçbükey çokgen** denir.

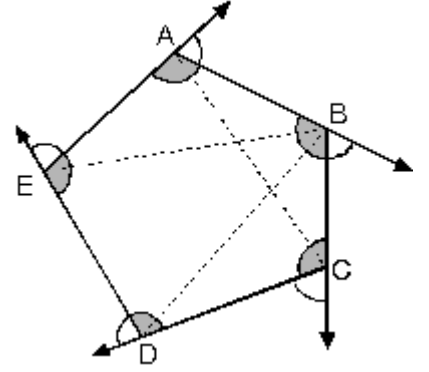


b. Dışbükey (konveks) çokgenler: Kenar doğrularının hiçbiri, çokgeni kesmiyorsa bu çokgenlere denir. **Dışbükey çokgen**



c. Çokgenlerin elemanları

- A, B, C, D, E noktalarına çokgenin köşeleri denir. Komşu ikiköşeyi birleştiren [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] doğru parçaları çokgenin kenarlarıdır.



- İç bölgede kenarlar arasında oluşan açılara çokgenin iç açıları denir.
- İç açılara komşu ve bütünler olan açılara çokgenin dış açıları denir.
- Köşeleri birleştiren kenarlar haricindeki doğru parçalarına köşegen adı verilir.

2. Dışbükey Çokgenlerin Özellikleri

a. İç açılar toplamı: Dış bükey bir çokgenin n tane kenarı var ise iç açılarının toplamı

$$(n - 2) \cdot 180^\circ$$

Üçgen için $(3 - 2) \cdot 180^\circ = 180^\circ$

Dörtgen için $(4 - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$

Beşgen için $(5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$

b. Dış açılar toplamı: Bütün dışbükey çokgenlerde,

$$\text{Dış açılar toplamı} = 360^\circ$$

c. Köşegenlerin sayısı: n kenarlı dışbükey bir çokgenin

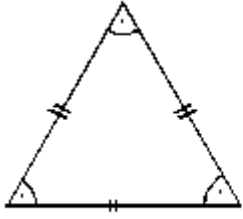
$$\text{köşegen sayısı} = \frac{n(n-3)}{2}$$

Bir köşeden $(n - 3)$ tane köşegen çizilebilir.

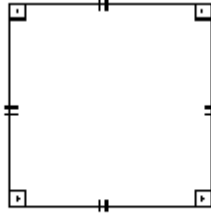
- n kenarlı dışbükey bir çokgenin içerisinde, bir köşeden köşegenler çizilerek $(n - 2)$ adet üçgen elde edilebilir.

3. Düzgün Çokgenler

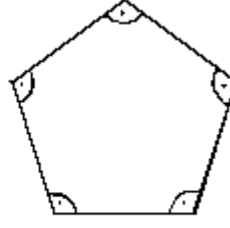
Bütün kenarlarının uzunlukları eşit ve bütün açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir.



eşkenar üçgen
(düzgün üçgen)

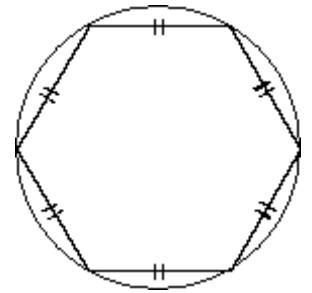


Kare
(düzgün dörtgen)

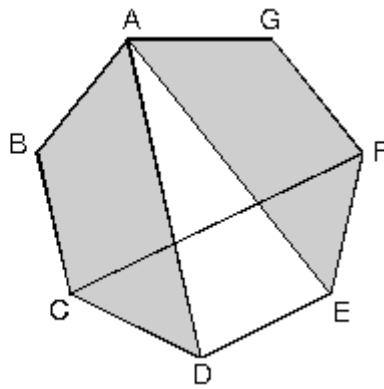
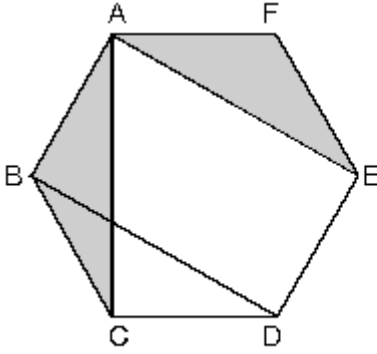


düzgün
beşgen

a. Şekildeki düzgün altıgende olduğu gibi düzgün çokgenlerin köşelerinden daima bir çember geçer. Bu çembere çevrel çember denir.

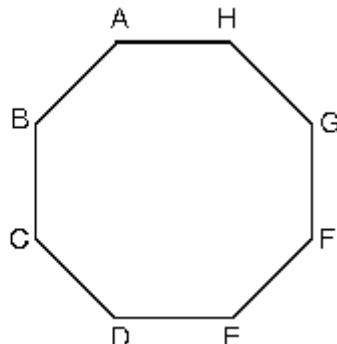
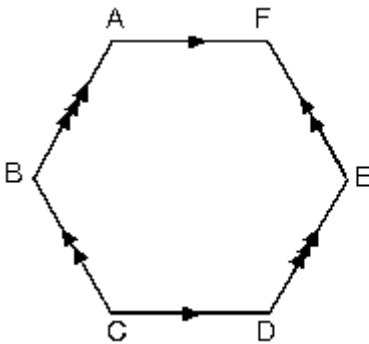


b. Düzgün çokgenlerde eşit sayıda kenarı birleştiren köşegenler birbirine eşittir.



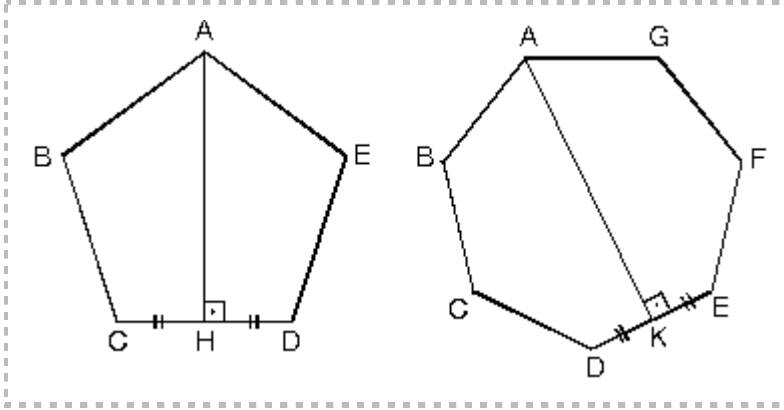
$$|AC| = |AE| = |BD| \quad |AD| = |AD| = |AD|$$

c. Kenar sayısı çift olan düzgün çokgenlerde karşılıklı kenarlar paraleldir.



[AF] // [CD], [AB] // [ED]....[AH] // [DE], [AB] // [FE]...

d. Kenar sayısı tek olan düzgün çokgenlerde karşı kenara çizilen dik karşı kenarı ortalar. Köşeden kenarın ortasına çizilen doğru parçası kenara diktir şeklinde de ifade edilir.



e. n kenarlı düzgün bir çokgende

$$\text{Bir iç açı} = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

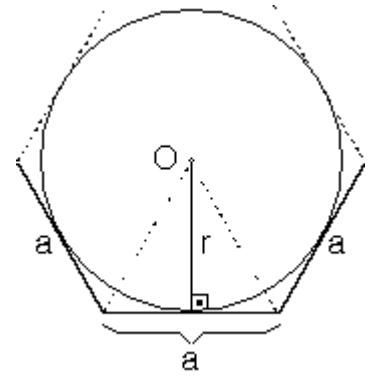
f. Konveks çokgenlerin dış açıları toplamı 360° olduğundan düzgün çokgenin bir dış açısı

$$\text{Bir dış açı} = \frac{360^\circ}{n}$$

4. Düzgün Çokgenin Alanı

a. n kenarlı düzgün çokgenin bir kenarı a ve içteğet yarıçapı r ise alanı

$$\text{Alan} = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$

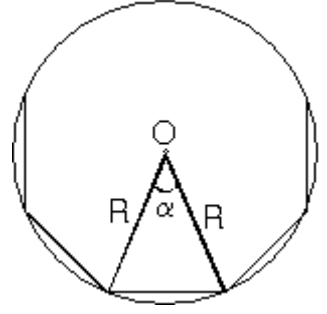


b.n kenarlı bir düzgün çokgende bir kenarı gören merkez açı

$$\frac{360}{n}$$

(Bu açı aynı zamanda dış açıdır) ve çevrel çemberin yarıçapı R ise çokgenin alanı

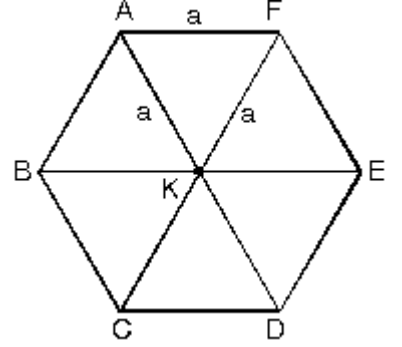
$$\text{Alan} = n \cdot \frac{R^2 \cdot \sin \alpha}{2}$$



- Düzgün altıgen altı tane eşkenar üçgenden oluşur.

Bir kenarına a dersek

$$A(ABCDEF) = 6 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



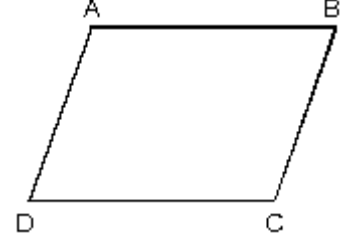
Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

PARALELKENAR

Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan dörtgenlere **paralelkenar** denir.

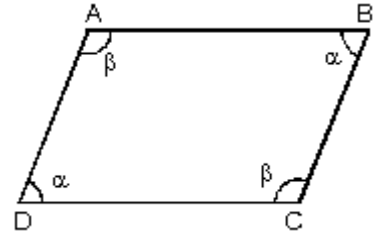
$$[AB] \parallel [DC] [AD] \parallel [BC] |AB| = |DC| |AD| = |BC|$$



- Bir dörtgende karşılıklı kenarlar paralel ise eşit, eşit ise paralel olmak zorundadırlar.

1. Paralelkenarda karşılıklı açılar eş, komşu açılar bütündür.

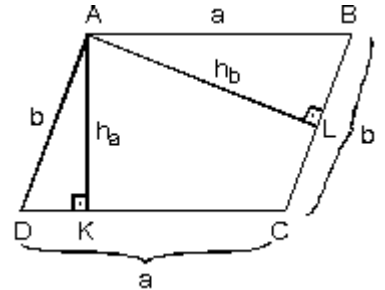
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



2. Paralelkenarın Alanı

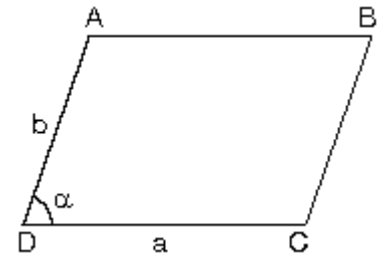
a. Paralelkenarın alanı herhangi bir kenarla o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$



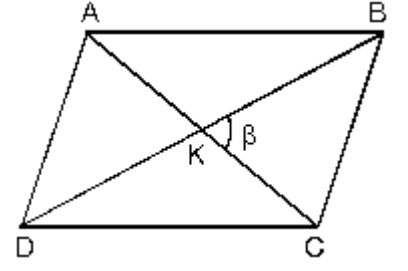
b. İki kenarı ve bir açısının ölçüsü bilinen paralelkenarın alanı;

$$A(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$



c. Köşegen uzunlukları ve köşegenleri arasındaki açısının ölçüsü bilinen paralelkenarın alanı;

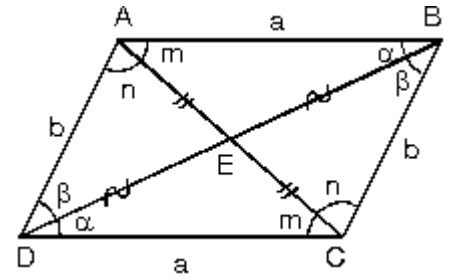
$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| \cdot |DB| \cdot \sin \beta$$



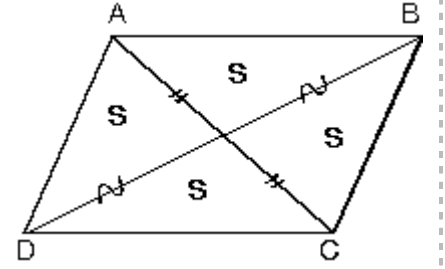
3. Paralelkenarda Köşegen Özellikleri

a. Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

$$|AE| = |EC| \quad |DE| = |EB|$$

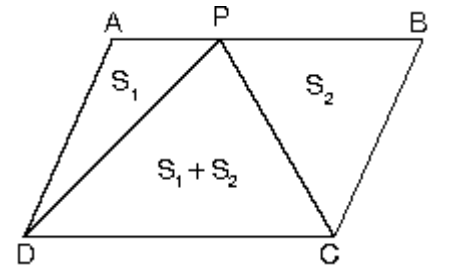


b. Paralelkenarda köşegenler alanı dört eşit parçaya bölerler.



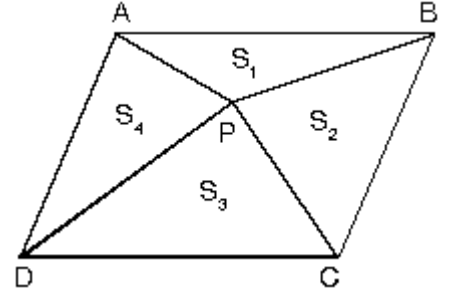
c. Paralelkenarda bir kenar üzerinde alınan bir noktanın karşı köşelere birleştirilmesiyle oluşan alan tüm alanın yarısına eşittir.

$$A(PCD) = A(APD) + A(BPC)$$

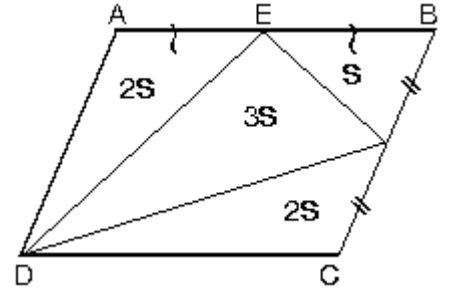


d. Paralelkenarın içinde alınan herhangi bir P noktası köşelere birleştirildiğinde oluşan karşılıklı üçgenlerin alanları toplamı eşittir.

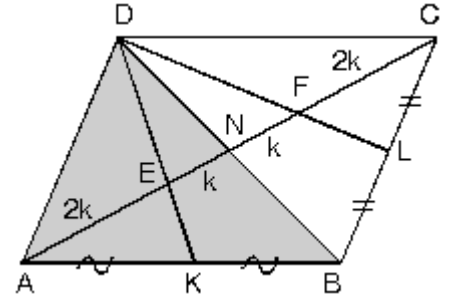
$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4$$



- Bir ABCD paralelkenarında bir köşeyi, karşı kenarların ortanoktaları ile birleştirdiğimizde alanlar şekildeki gibibölünür.

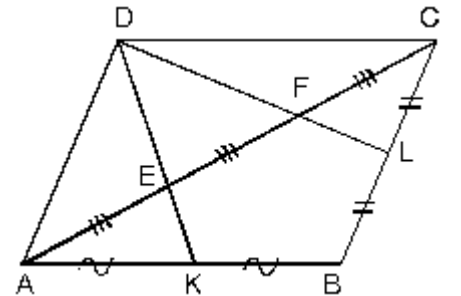


e. ABCD paralelkenarında K ve L noktaları kenarların orta noktaları olduğuna göre, E ABD üçgeninin, F de DCB üçgeninin ağırlık merkezidir.

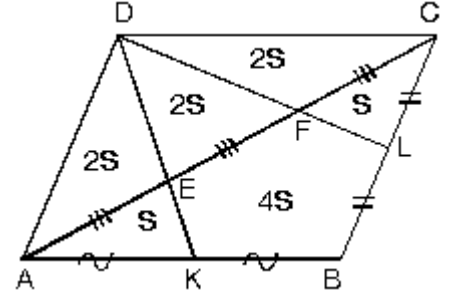


$$|AE| = 2|EN|, |FC| = 2|NF|$$

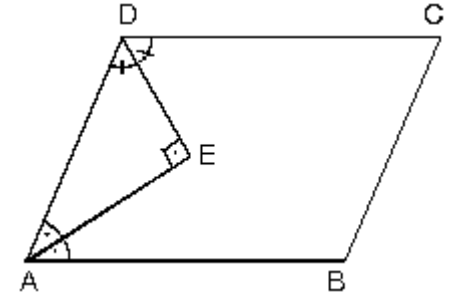
$$|AE| = |EF| = |FC|$$



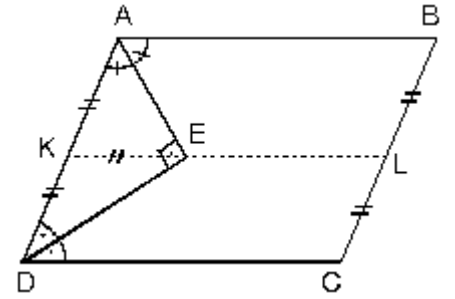
[AC] köşegeni, [DK] ve [DL] doğru parçaları paralelkenarın alanını şekildeki gibi bölerler.



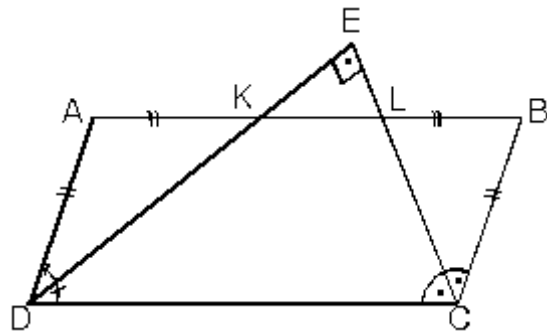
f. Paralelkenarda komşu iki açının açıortayları arasında kalan açı 90° dir.



- E noktasından [AB] ve [DC] kenarlarına çizilen paralel AED dik üçgeninde hipotenüse ait kenarortayın uzantısıdır.
- $[AB] \parallel [KL] \parallel [DC] \Leftrightarrow |AK| = |KD| = |KE|$
 $|BL| = |LC|$

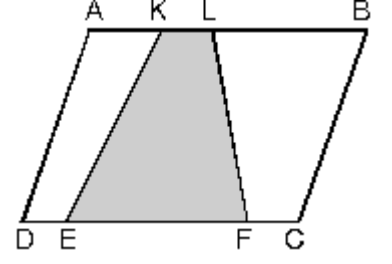


- Açıortayların kesiştikleri noktanın paralelkenarın dışında kalması durumunda
- $|AD| = |AK| = |LB| = |BC|$



9. ABCD paralelkanarının alanının taralı alana oranı;

$$T.A/A(ABCD)= 1/2.(KL/AB+EF/DC)$$



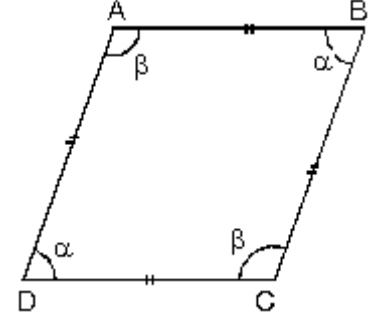
Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

EŞKENAR DÖRTGEN

1. Eşkenar Dörtgen

Dört kenarı birbirine eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir.

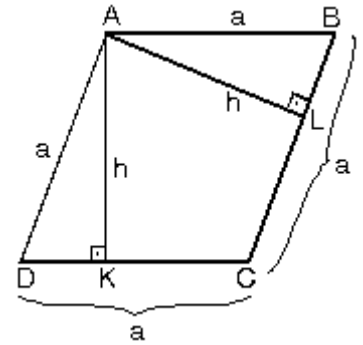


- Parelelkenar için geçerli olan bütün özellikler eşkenar dörtgen için de geçerlidir.

2. Eşkenar Dörtgenin Özellikleri

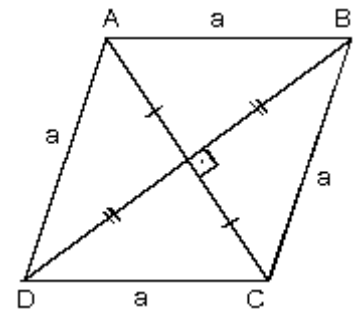
a. Bütün kenar uzunlukları eşit olduğundan, alanı

$$A(ABCD) = a \cdot h$$

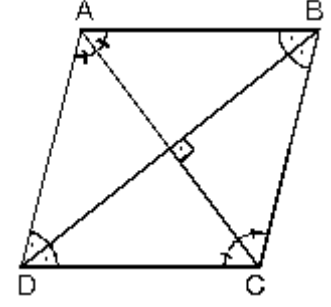


b. Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik keser.
 $\sin 90^\circ = 1$ olduğundan

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |BD|}{2}$$



c. Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı zamanda açıortay doğrularıdır.



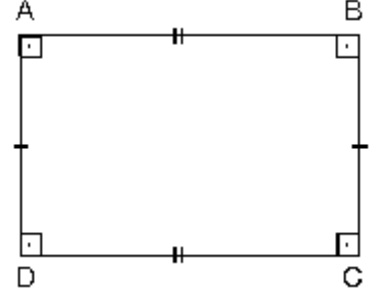
Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

DİKDÖRTGEN

1. Dikdörtgen

Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve bütün açıları 90° olan dörtgene **dikdörtgen** denir.

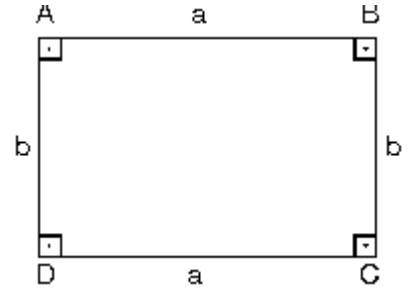


- Dikdörtgen paralelkenarın açıları 90° olan halidir. Bu nedenle paralelkenarın sahip olduğu bütün özelliklere sahiptir.

2. Dikdörtgenin Alanı ve Çevresi

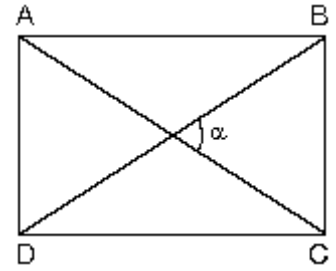
a. Dikdörtgenin alanı farklı iki kenarının çarpımına eşittir.

$$A(ABCD) = a \cdot b$$



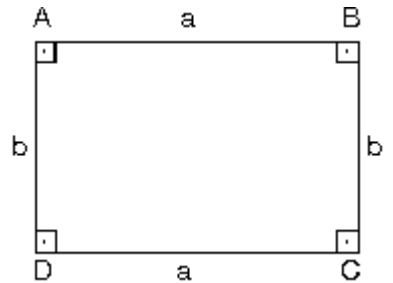
b. Bütün dörtgenlerde olduğu gibi dikdörtgende de köşegen uzunlukları biliniyor ise alanı,

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha$$



c. Dikdörtgenin çevresi

$$\Ç(ABCD) = 2a + 2b$$

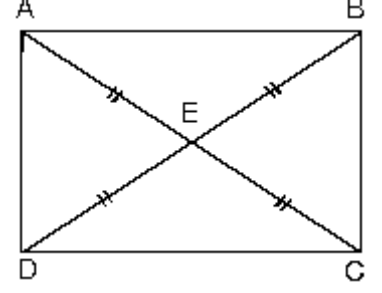


3. Dikdörtgenin Köşegen Özellikleri

a. Dikdörtgende köşegen uzunlukları eşittir. Köşegenler birbirlerini ortalar.

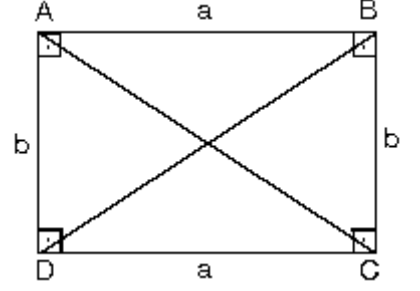
$$|AC| = |BD|$$

$$|AE| = |EC| = |DE| = |EB|$$



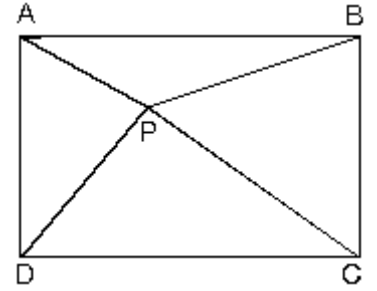
b. Kenar uzunlukları a ve b olan ABCD dikdörtgeninde köşegen uzunlukları

$$|AC| = |BD| = \text{Kök içinde } a^2 + b^2$$



c. ABCD dikdörtgeninin içinde alınan bir P noktası dikdörtgenin köşeleri ile birleştirilirse

$$|AP|^2 + |PC|^2 = |PD|^2 + |PB|^2$$



- P noktası dikdörtgenin dışında olduğunda da aynı özellik geçerlidir.

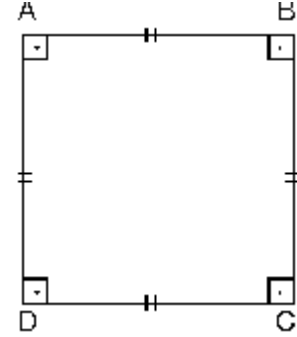
Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkmış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

KARE

1. Kare

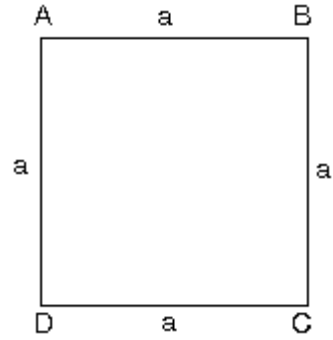
Bütün kenar uzunlukları eşit ve bütün açıları 90° olan dörtgene **kare** denir.



2. Karenin Alanı

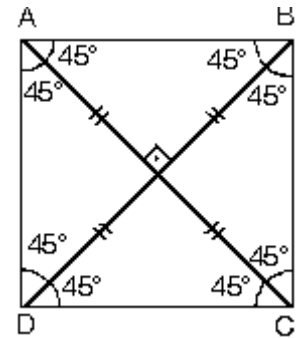
Bir kenarı a olan karenin alanı

$$A(ABCD) = a^2$$



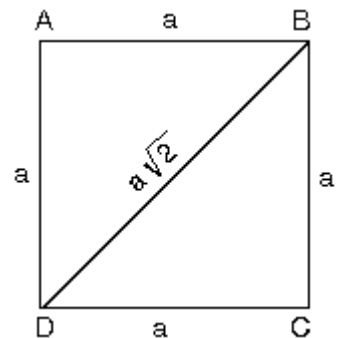
3. Karenin Özellikleri

a. Karenin köşegenleri birbirini dik ortalar. Köşegenlerin kenarlarla yaptığı açılar 45° dir.



b. Bir kenarı a olan karenin köşegeni

$$|AC| = |BD| = a\sqrt{2}$$

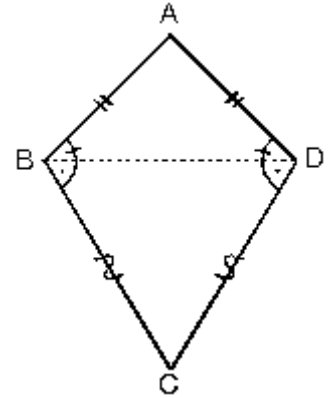


*Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha
fazlası*

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

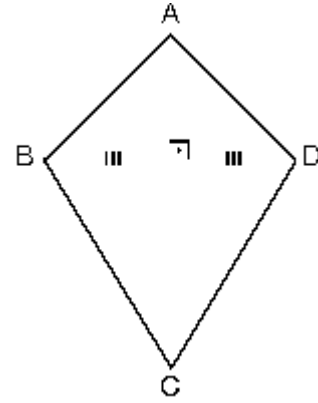
DELTOİD

a. Deltoid Tabanları çakışık iki ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgene deltoid denir.



b. Deltoidin köşegenleri diktir.

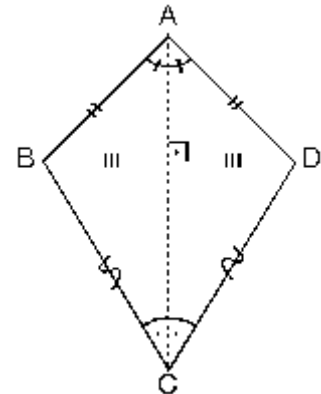
$$|AC| \perp |BD|$$



c. Köşegenleri dik olduğundan alanı

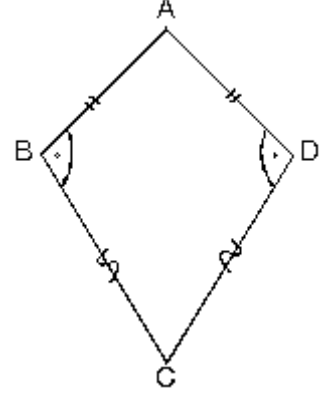
$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD|$$

d. ABCD deltoidinde [AC] köşegeni aynı zamanda A ve C açılarının açıortay doğrusudur.



e. ABD ve BCD ikizkenar üçgenlerinin tabanını oluşturan köşegen diğer köşegen tarafından iki eşit parçaya bölünür.

f. Deltoidin farklı kenarlarının birleştiği köşelerdeki açılar eşittir. $m(\angle ABC) = m(\angle ADC)$

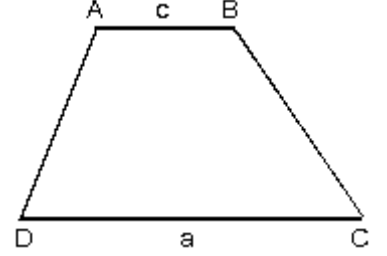


Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

Yamuk

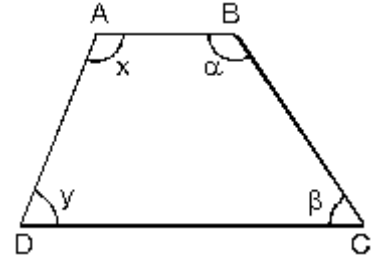
Alt ve üst kenarları paralel olan dörtgenlere **yamuk** denir. Şekildeki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$ dir.



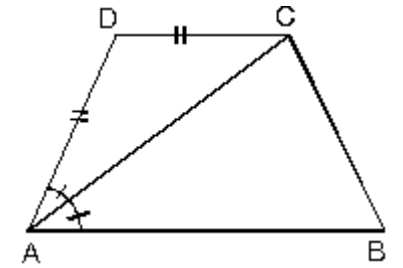
1. Yamukta açılar

$[AB] \parallel [DC]$ olduğundan

$$x + y = 180^\circ \quad a + b = 180^\circ$$



- Karşılıklı iki kenarı paralel olan dörtgenlerde açıortay verilmiş ise ikizkenar üçgen elde edebileceğimiz gibi, ikizkenarlık verilmiş ise de açıortay elde ederiz.



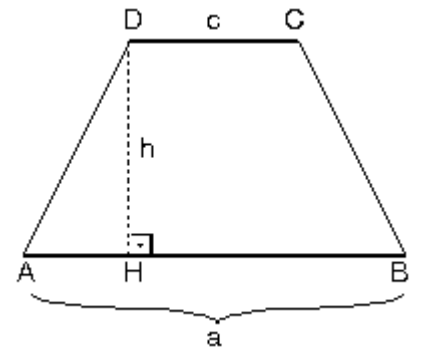
2. Yamuğun Alanı

ABCD yamuğunda paralelkenarlar arasındaki uzaklığayamuğun yüksekliği denir. Alt tabanı $|DC| = a$, üst tabanı $|AB| = c$

yüksekliği $|AH| = h$

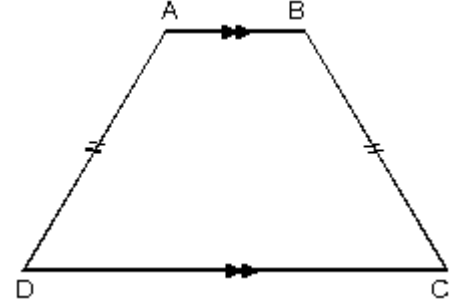
ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{a+c}{2} \cdot h$$



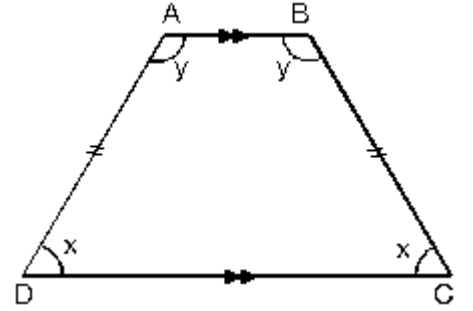
3. İkizkenar Yamuk

Paralel olmayan kenarları eşit olan yamuklara **ikizkenar** yamuk denir.



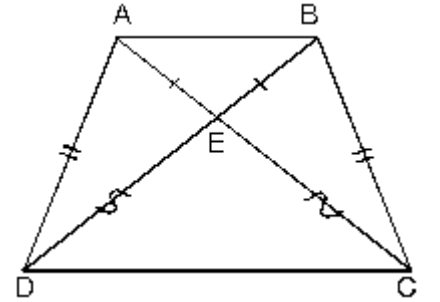
a. İkizkenar yamukta taban ve tepe açıları kendiaralarında eşittir. $m(A) = m(B) = y$

$m(D) = m(C) = x$



b. İkizkenar yamukta köşegen uzunlukları eşittir. Köşegenlerin kesiştiği noktaya E dersek $|AE| = |EB|$

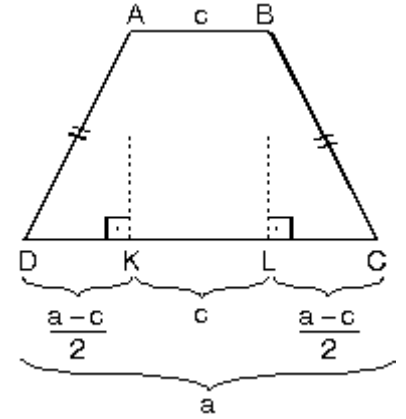
$|DE| = |CE|$



- Köşegen uzunlukları birbirine eşit olan her yamuk ikizkenardır.

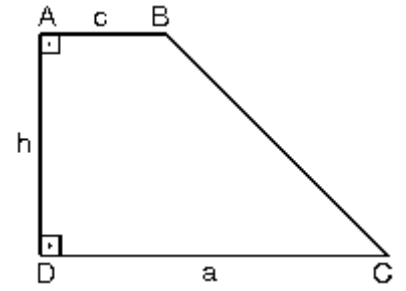
c. İkizkenar yamukta üst köşelerden alt tabana diklergizilmesiyle ADK ve BCL eş dik üçgenleri oluşur. $|DK| = a|KL| = c$

$$|DK| = |LC| = \frac{a-c}{2}$$



4. Dik Yamuk

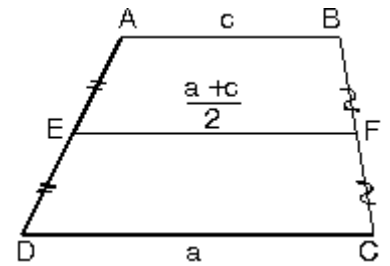
Kenarlarından biri alt ve üst tabana dik olan yamuğa **dikyamuk** denir. $|AD| = h$ aynı zamanda yamuğun yüksekliğidir.



5. Yamukta Orta Taban

a. ABCD yamuğunda E ve F kenarların orta noktaları ise EL doğrusuna orta taban denir. $[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$

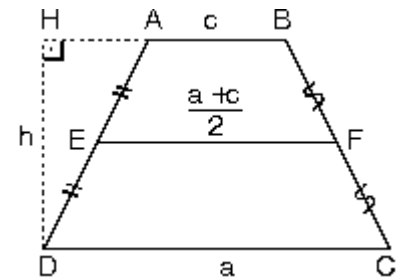
$$|EF| = \frac{a+c}{2}$$



Yamuğun alanı $A(ABCD) = \frac{a+c}{2} \cdot h$

$$|EF| = \frac{a+c}{2}$$

olduğundan

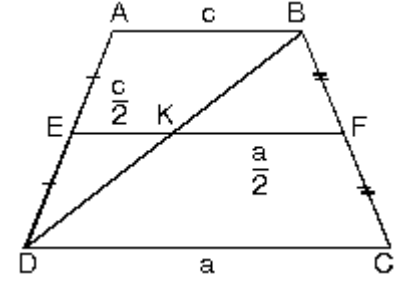


$$A(ABCD) = \text{Orta taban} \times \text{Yükseklik}$$

b. Yamukta köşegenin orta tabanda ayırdığı parçalar

$$|EF| = \frac{c}{2}$$

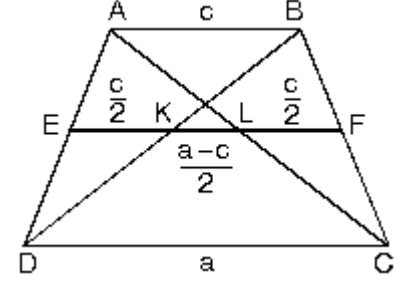
$$|KF| = \frac{a}{2}$$



- ABCD yamuğunda EF orta taban

$$|KL| = \frac{a-c}{2}$$

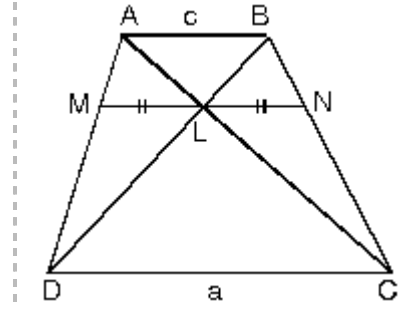
$$|EK| = |LF| = \frac{c}{2}$$



6. Yamuğun köşegenlerinin kesim noktasından tabanlara çizilen paralel; ABCD yamuğunda L köşegenlerin kesim noktasıdır.

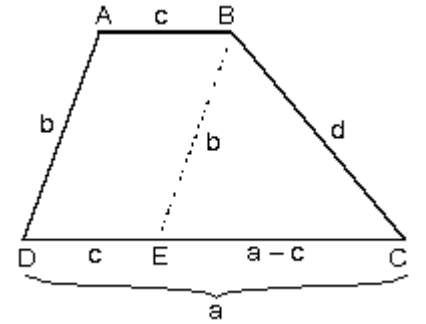
$$[AB] \parallel [MN] \parallel [DC]$$

$$|ML| = |LN| = \frac{a \cdot c}{a + c}$$



7. Kenar Uzunlukları Bilenen Yamuk

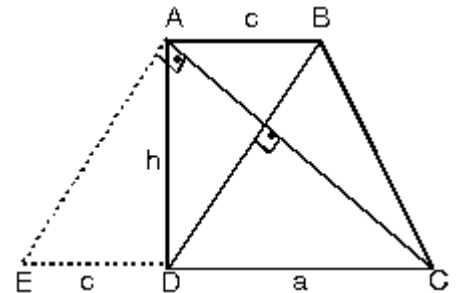
Bir ABCD yamuğunun kenar uzunlukları biliniyor ise kenarlardan birine paralel çizilerek bir paralelkenar ve bir üçgen oluşturulur.



8. Köşegenleri Dik Kesişen Dik Yamuk

ABCD dik yamuğunda $[AC] \perp [BD]$ BD ye paralel çizildiğinde oluşan dik üçgende

$$h^2 = a \cdot c$$



9. Köşegenleri Dik Kesişen İkizkenar Yamuk

ABCD yamuğunda $|AD| = |BC|$

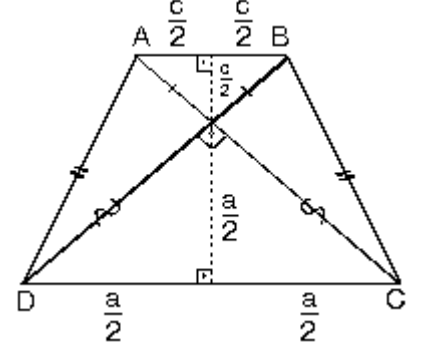
$[AC] \perp [BD]$

yamuğun yüksekliği

$$h = \frac{a+c}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{a+c}{2}$$

$$A(ABCD) = \left(\frac{a+c}{2} \right)^2 = h^2$$

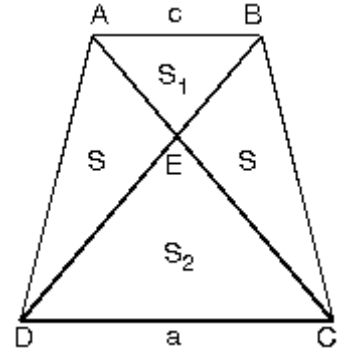


10. Yamukta Köşegenlerin Ayırdığı Parçaların Alanı Herhangi bir yamukta köşegenler çizildiğinde $[AB] \parallel [DC]$

$$A(ABCD) = A(BCE) = S$$

$$\frac{S_1}{S} = \frac{S}{S_2} \text{ olduğundan } S_2 = S_1 \cdot S_2$$

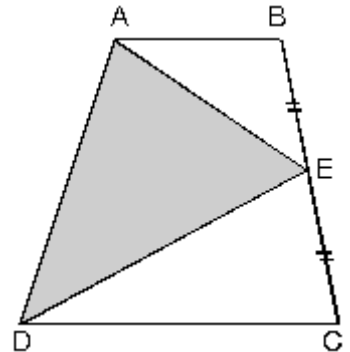
$$\frac{S_1}{S} = \frac{S}{S_2} = \frac{c}{a} \text{ ve } \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{c}{a} \right)$$



Bir yamukta alt ve üst iki köşenin, karşı kenarın ortanoktası ile birleştirilmesi sonucu oluşan alan yamuğun alanının yarısına eşittir.

$$|BE| = |EC|$$

$$A(ABCD) = 2A(ADE)$$



$$|AB| \parallel |EF| \parallel |DC|, |AB| = a|EF| = b$$

$$|DC| = c$$

$$A(ABFE) = S_2$$

$$A(EFCD) = S_1$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}$$

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

İkinci Dereceden Denklemler

A. TANIM

a, b, c gerçel sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

biçimindeki her açık önermeye **ikinci dereceden bir bilinmeyenli** denklem denir.

Bu açık önermeyi doğrulayan x sayılarına **denklemin kökleri**; tüm köklerin oluşturduğu kümeye denklemin **çözüm kümesi**; çözüm kümesini bulmak için yapılan işlemlere **denklem çözme**; a, b, c sayılarına da denklemin **kat sayıları** denir.

B. İKİNCİ DERECE DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNUŞU

1. Çarpanlara Ayırma Yöntemi

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ denklemini } f(x) \cdot g(x) = 0$$

biçiminde yazılabiliyorsa

$$f(x) = 0 \text{ veya } g(x) = 0 \text{ olup çözüm kümesi;}$$

$$\mathcal{C} = \{x \mid x, f(x) = 0 \text{ veya } g(x) = 0 \text{ denklemini sağlar}\} \text{ olur.}$$

2. Diskriminant (Δ) Yöntemi

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ denklemini } a \neq 0 \text{ ve}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ ise, çözüm kümesi}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right\} \text{ dır.}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{denkleminde, } \Delta = b^2 - 4ac \text{ olsun.}$$

a) $\Delta > 0$ ise, denklemin farklı iki gerçel kökü vardır.

Bu kökleri,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dır.}$$

b) $\Delta < 0$ ise, denklemin gerçel kökü yoktur.

c) $D = 0$ ise, denklemin eşit iki gerçel kökü vardır.

Bu kökler, $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ dır.

Denklemin bu köklerine; eşit iki kök, çakışık kök ya da çift katlı kök denir.

• $ax^2 + bx + c = 0$

denkleminin kökleri simetrik ise,

1) $b = 0$ ve $a \neq 0$ dır.

2) Simetrik kökleri gerçel ise,

$b = 0$, $a \neq 0$ ve $a \cdot c \leq 0$ dır.

C. İKİNCİ DERECE DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri

x_1 ve x_2 ise,

1) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

2) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

3) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$

$$= -\frac{b}{\frac{c}{a}}$$

$$= -\frac{b}{c} \cdot \frac{a}{a}$$

$$= -\frac{b}{c} \cdot a$$

4) $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

5) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

$$= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a}$$

$$= \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$\begin{aligned}
6) \quad x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) \\
&= \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3 \cdot \frac{c}{a} \left(-\frac{b}{a}\right) \\
&= -\frac{b^3}{a^3} + \frac{3bc}{a^2} \\
&= \frac{-b^3 + 3abc}{a^3} \text{ olur.}
\end{aligned}$$

D. KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem;

$(x - x_1)(x - x_2) = 0$ dır. Bu ifade düzenlenirse,

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0 \text{ olur.}$$

• $ax^2 + bx + c = 0$... (1) denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Kökleri $mx_1 + n$ ve

$mx_2 + n$ olan ikinci dereceden denklem, (1) denkleminde x yerine $\frac{x-n}{m}$, $\left(mx_1 + n = x \Rightarrow x_1 = \frac{x-n}{m}\right)$ yazılarak bulunur.

• $ax^2 + bx + c = 0$ ve $dx^2 + ex + f = 0$ denklemlerinin çözüm kümeleri aynı ise,

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ dir.}$$

• $ax_2^2 + bx + c = 0$ ve $dx_2^2 + ex + f = 0$

denklemlerinin sadece birer kökleri eşit ise,

$$ax_2^2 + bx + c = dx_2^2 + ex + f$$

$$(a-d)x^2 + (b-e)x + c-f = 0 \text{ dır.}$$

Bu denklemin kökü verilen iki denklemi de sağlar.

ÜÇÜNCÜ DERECEDEKİ DENKLEMLER

A. TANIM

$a \neq 0$ olmak üzere, $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ biçimindeki denklemlere üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir.

B. ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$a \neq 0$ ve $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun. Buna göre,

- $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$ dir.

- $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$ dir.

- $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$ dir.

- $$\begin{aligned} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} \\ &= \frac{\frac{c}{a}}{-\frac{d}{a}} \\ &= -\frac{c}{d} \text{ dir.} \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) \\ &= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a} \\ &= \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

C. KÖKLERİ VERİLEN ÜÇÜNCÜ

DERECE DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri x_1, x_2 ve x_3 olan üçüncü derece denklem

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0 \text{ dır.}$$

Bu denklem düzenlenirse,

$$x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3 = 0$$

olur.

$$\Rightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \text{ denkleminin kökleri}$$

x_1, x_2, x_3 olsun.

1) Bu kökler aritmetik dizi oluşturuyorsa,

$$x_1 + x_3 = 2x^2 \text{ dir.}$$

2) Bu kökler geometrik dizi oluşturuyorsa,

3) Bu kökler hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturuyorsa,

$$x_1 = x_2 = x_3 \text{ tür.}$$

n , 1 den büyük pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

denkleminin;

$$\text{Kökleri toplamı : } -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$\text{Kökleri çarpımı : } (-1)^n \cdot \frac{a_0}{a_n} \text{ dir.}$$

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

Eşitsizlikler

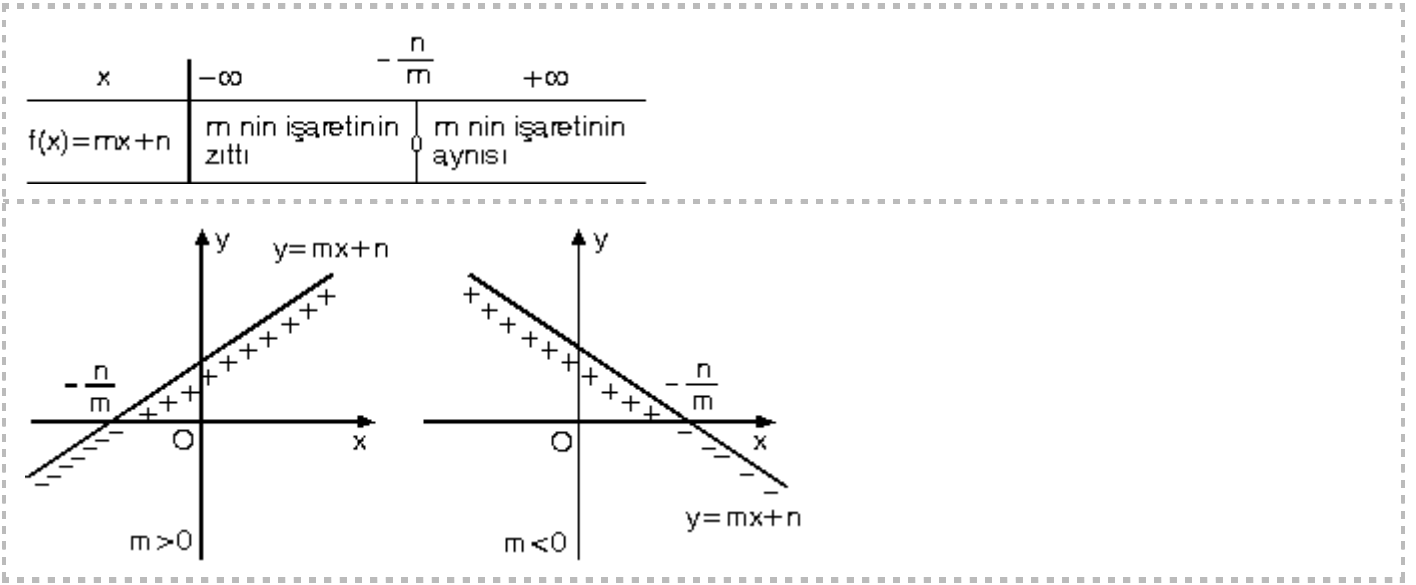
A. TANIM

$f(x) > 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \geq 0$, $f(x) \leq 0$ ifadelerine fonksiyonların eşitsizliği denir.

Bu eşitsizlikleri sağlayan sayıların oluşturduğu kümeye de eşitsizliğin çözüm kümesi denir.

B. BİRİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

$m \neq 0$ olmak üzere, $f(x) = mx + n$ koşulunu sağlayan noktalar analitik düzlemde bir doğru belirtir.

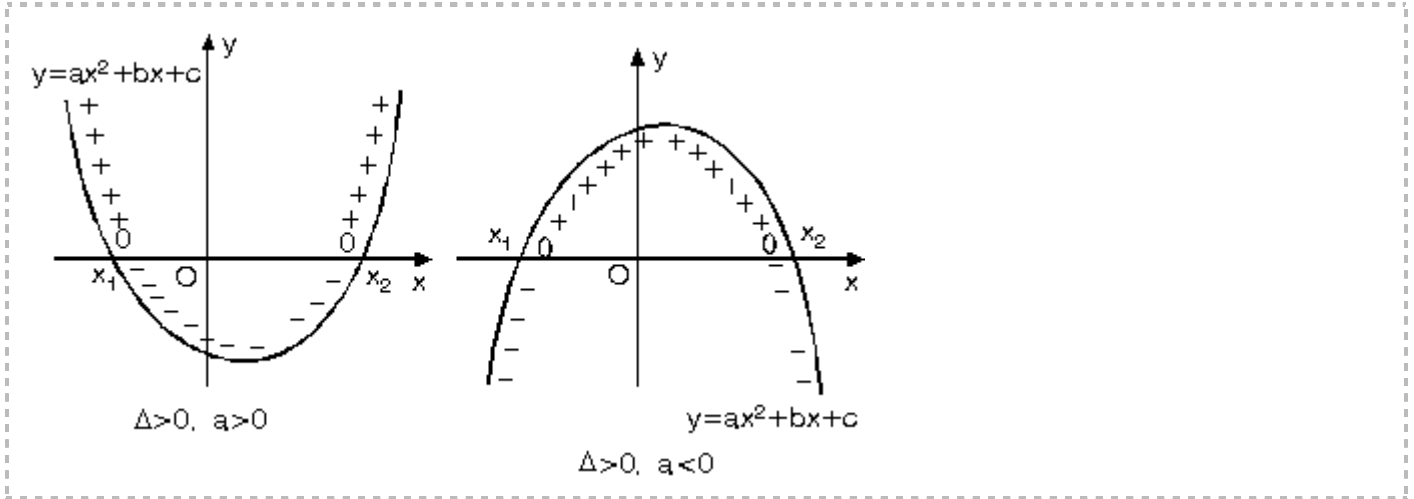


C. İKİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

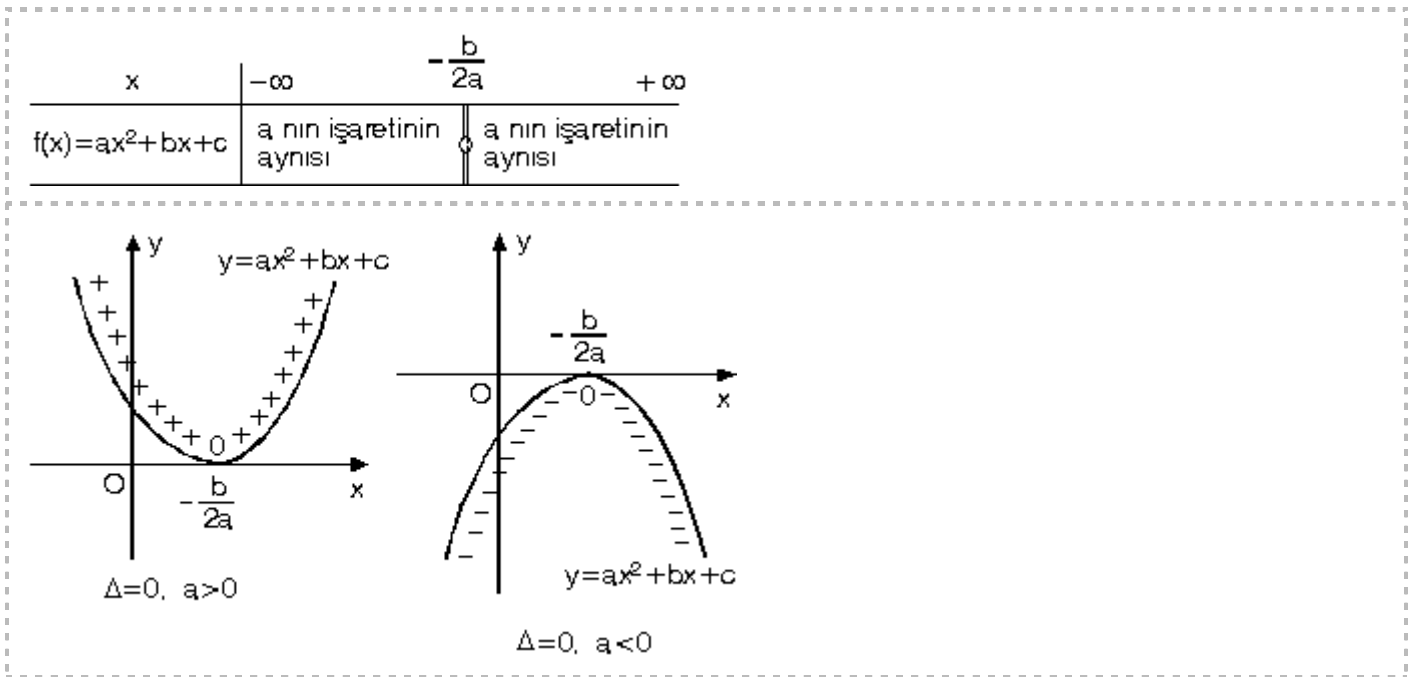
$f(x) = ax^2 + bx + c$ koşulunu sağlayan noktalar analitik düzlemde bir parabol belirtir.

1) $\Delta > 0$ ise,

	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$	a nın işare- tinin aynı	0 tinin zıttı	0 tinin aynı	

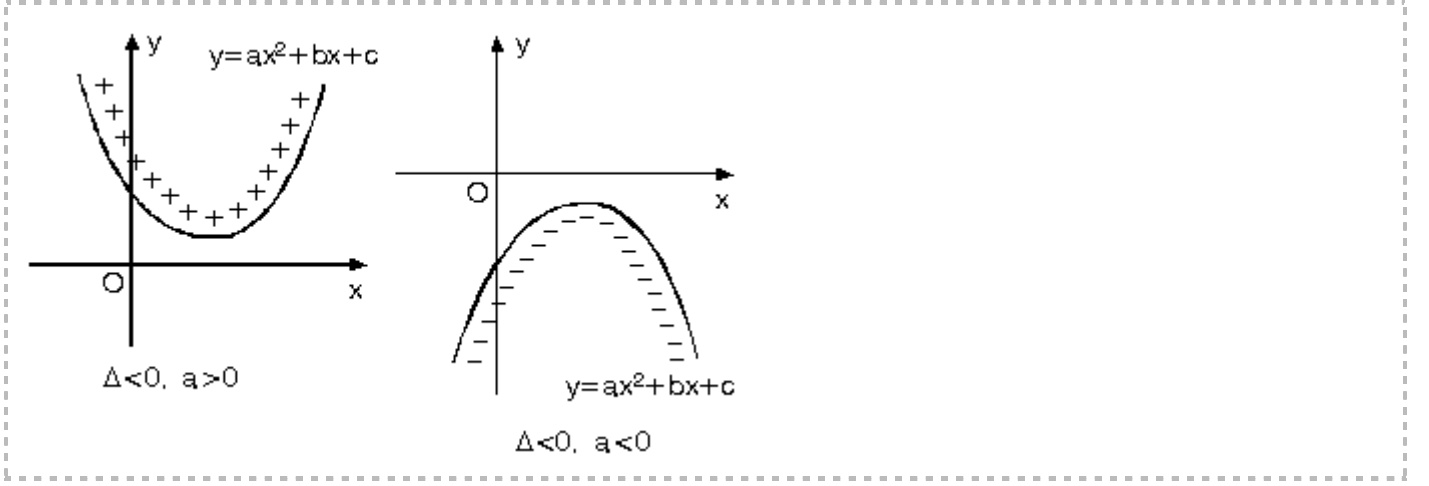


2) $\Delta = 0$ ise,



3) $\Delta < 0$ ise,





1. $f(x) = ax^2 + bx + c > 0$ in çözüm kümesi bütün gerçel sayılar ise, $\square\square$
 $\Delta < 0$ ve $a > 0$ dır.
2. $f(x) = ax^2 + bx + c < 0$ in çözüm kümesi bütün gerçel sayılar ise,
 $\Delta < 0$ ve $a < 0$ dır.
3. $a < 0$ ve $D < 0$ ise,

$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$ in çözüm kümesi boş kümedir.

➡ Polinom fonksiyonlarından oluşan rasyonel fonksiyonların eşitsizliği incelenirken aşağıdaki 5 adım izlenerek çözüm kümesi bulunur. Bu, bütün eşitsizliklerde uygulanabilen pratik bir çözüm yoludur.

1. Adım : Verilen ifadedeki her çarpan ayrı ayrı sıfıra eşitlenerek kökler bulunur.

2. Adım : Bulunan bu kökler sayı doğrusunda sıralanır.

3. Adım : Sistemin işareti bulunur.

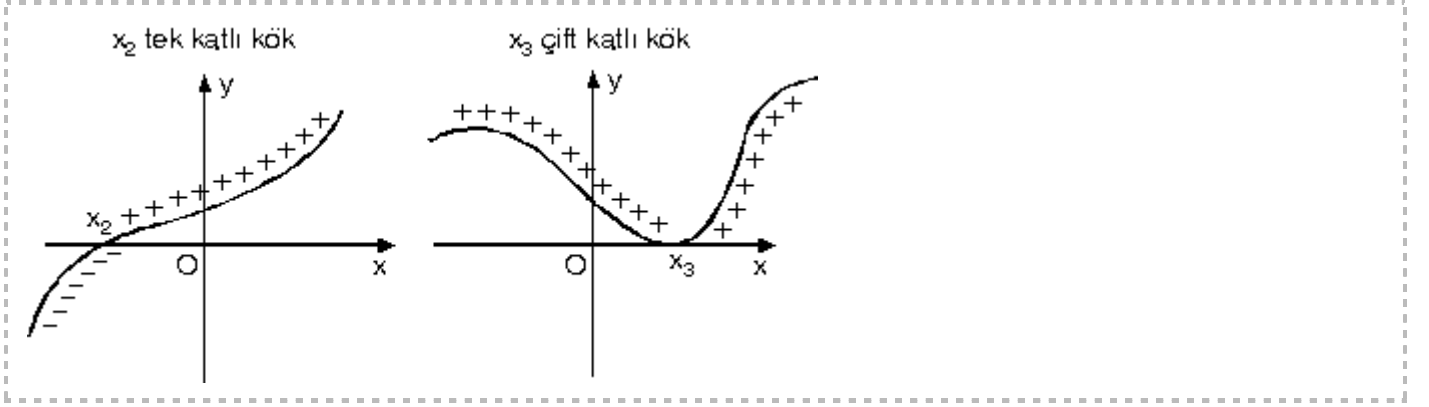
Sistemin işareti; her çarpandaki en büyük dereceli değişkenlerin katsayılarının çarpımının işaretidir.

4. Adım : Bulunan bu işaret, tablonun en sağındaki kutuya yazılır.

5. Adım : Tablodaki diğer kutular sırayla sola doğru doldurulur.

Tek katlı kökün soluna sağındaki işaretin zıttı, çift katlı kökün soluna sağındaki işaretin aynısı yazılır.

➡ Çift katlı köklerde grafik Ox eksenine teğet olduğundan eğri, o noktada da işaret değiştirmez.



$(x + 1)^{100} = 0$ ise $x = -1$ çift katlı köktür.

$(x - 1)^{99} = 0$ ise $x = 1$ tek katlı köktür.

⇒ $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ ın çözüm kümesine;

$P(x) = 0$ ı sağlayan x değerleri alınır,

$Q(x) = 0$ ı sağlayan x değerleri alınmaz.

D. EŞİTSİZLİK SİSTEMİ

İki ya da daha fazla eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir.

Bir eşitsizlik sistemindeki eşitsizlikleri birlikte sağlayan değerlerin oluşturduğu kümeye eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi denir.

Eşitsizlik sisteminde her eşitsizliğin çözüm aralığı ayrı ayrı bulunur. Bu aralıkların kesişim kümesi sistemin çözüm kümesidir.

⇒ $f(x) > 0$ ın çözüm kümesi C_1 ve

$g(x) \leq 0$ ın çözüm kümesi C_2 ise

$\left. \begin{array}{l} f(x) > 0 \\ g(x) \leq 0 \end{array} \right\}$ sisteminin çözüm kümesi
 $C_1 \cap C_2$ dir.

E. İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMİN KÖKLERİNİN İŞARETLERİNİN İNCELENMESİ

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ ın kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$\Delta = b^2 - 4ac$ olmak üzere aşağıdaki tabloyu yazabiliriz.

$\Delta < 0$ ise, Denklemin gerçel kökü yoktur.		
$\Delta = 0$	$x_1 \cdot x_2 > 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 < x_1 = x_2$
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 = x_2 < 0$
$\Delta > 0$	$x_1 \cdot x_2 > 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 < x_1 < x_2$
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2 < 0$
	$x_1 \cdot x_2 = 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 = x_1 < x_2$
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2 = 0$
	$x_1 \cdot x_2 < 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow$ $x_1 < 0 < x_2$ ve $x_2 > x_1 $
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow$ $x_1 < 0 < x_2$ ve $ x_1 > x_2$
		$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow$ $x_1 < 0 < x_2$ ve $ x_1 = x_2$

F. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN KÖKLERİNİN BİR GERÇEL SAYI İLE KARŞILAŞTIRILMASI

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 ($x_1 < x_2$) olmak üzere, k gerçel sayısı ile x_1 ve x_2 nin karşılaştırılması ile ilgili bilgileri aşağıdaki tabloda verelim.

$a \cdot f(k) < 0$ ise, $x_1 < k < x_2$ dir.		
$a \cdot f(k) = 0$ ise, k sayısı x_1 veya x_2 ye eşittir.		
$\Delta > 0$ ve $a \cdot f(k) > 0$	$-\frac{b}{2a} > k$	$k < x_1 < x_2$
	$-\frac{b}{2a} < k$	$x_1 < x_2 < k$

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkmış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

Polinomlar:

A. TANIM

n bir doğal sayı ve $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ birer gerçel sayı olmak üzere,

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

biçimindeki ifadelere x değişkenine bağlı, gerçel (reel) katsayılı **n. dereceden polinom** (çok terimli) denir.

B. TEMEL KAVRAMLAR

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

olmak üzere,

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ in her birine polinomun terimlerinin katsayıları denir.

$a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_{n-1}x^{n-1}, a_nx^n$ in her birine polinomun terimleri denir.

Polinomun terimlerinden biri olan a_2x^2 teriminde x in kuvveti olan 2 ye bu terimin derecesi denir.

Polinomu oluşturan terimler içerisinde derecesi en büyük olan terimin katsayısına polinomun **baş katsayısı**, bu terimin derecesine de polinomun derecesi denir ve **der [p(x)]** ile gösterilir.

Değişkene bağlı olmayan terime polinomun sabit terimi denir.

$a_0 = a_1 = a_2 = \dots = a_n = a_{n-1} = 0$ ise, P(x) polinomuna sıfır polinomu denir. Sıfır polinomunun derecesi tanımsızdır.

$a_0 \neq 0$ ve $a_1 = a_2 = a_3 = \dots a_{n-1} = a_n = 0$ ise, P(x) polinomuna sabit polinom denir. Sabit polinomunun derecesi sıfırdır.

Her polinom bir fonksiyondur. Fakat her fonksiyon polinom olmayabilir. Buna göre, fonksiyonlarda yapılan işlemler polinomlarda da yapılır.

C. ÇOK DEĞİŞKENLİ POLİNOMLAR

$$P(x, y) = 3xy^2 - 2x^2y - x + 1$$

biçimindeki ifadelere iki değişkenli polinomlar denir. Bu polinomda aynı terimdeki değişkenlerin üsleri toplamından en büyük olanına polinomun derecesi denir.

D. POLİNOMLARDA EŞİTLİK

Aynı dereceli en az iki polinomun eşit dereceli terimlerinin katsayıları birbirine eşit ise bu polinomlara **eşit polinomlar** denir.

Ü P(x) polinomunun katsayıları toplamı P(1) dir.

Ü P(x) polinomunda sabit terim P(0) dır.

Herhangi bir polinomda; katsayılar toplamı bulunurken o polinomda değişkenler yerine 1 yazılır. Sabit terim bulunurken o polinomda değişkenler yerine 0 (sıfır) yazılır. $P(ax + b)$ polinomunun; katsayıları toplamı $P(a + b)$ ve sabit terimi $P(b)$ dir.

Ü $P(x)$ polinomunun;

Çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı:

$$\frac{P(1) + P(-2)}{2} \text{ dir}$$

Tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı:

$$\frac{P(1) - P(-2)}{2} \text{ dir}$$

E. POLİNOMLARDA İŞLEMLER

1. Toplama ve Çıkarma

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots$$

olmak üzere,

$$P(x) + Q(x) = (a_n + b_n)x^n + (a_{n-1} + b_{n-1})x^{n-1} + \dots$$

$$P(x) - Q(x) = (a_n - b_n)x^n + (a_{n-1} - b_{n-1})x^{n-1} + \dots$$

olur.

2. Çarpma

İki polinomun çarpımı, birisinin her bir teriminin diğerinin her bir terimi ile ayrı ayrı çarpımlarından elde edilen terimlerin toplamına eşittir.

3. Bölme

der $[P(x)] \geq \text{der } [Q(x)]$ ve $Q(x) \neq 0$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} P(x) : Q(x) \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ B(x) \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ K(x) \end{array}$$

$P(x)$: Bölünen polinom

$Q(x)$: Bölen polinom

$B(x)$: Bölüm polinom

$K(x)$: Kalan polinomdur.

$$P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$$

$$\deg [K(x)] < \deg [Q(x)]$$

$K(x) = 0$ ise, $P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna tam bölünür.

$$\deg [P(x)] = \deg [Q(x)] + \deg [B(x)]$$

Polinomlarda bölme işlemi, sayılarda bölme işlemine benzer biçimde yapılır.

Bunun için;

1. Bölünen ve bölen polinomlar x in azalan kuvvetlerine göre sıralanır.
2. Bölünen polinom soldan ilk terimi, bölen polinomun ilk terimine bölünür.
3. Bulunan bu bölüm, bölen polinomun bütün terimleri ile çarpılarak, aynı dereceli terimler alt alta gelecek biçimde bölünen polinomun altına yazılır.
4. Bulunan sonuç, bölünen polinomdan çıkarılır. Fark polinomuna da aynı işlem uygulanır.
5. Yukarıdaki işlemlere, kalan polinomun derecesi bölen polinomun derecesinden küçük oluncaya kadar devam edilir.

F. KALAN POLİNOMUN BULUNMASI

Kalan polinomu, klasik bölme işlemiyle ya da aşağıdaki 3 yöntemden biri ile bulabiliriz.

1. Bölen Birinci Dereceden İse

Bir polinomun $ax + b$ ile bölümünden kalanı bulmak için, polinomda değişken yerine $-\frac{b}{a}$ yazılır.

- $P(x)$ in $x - b$ ile bölümünden kalan $P(b)$ dir.
- $P(mx + n)$ nin $ax + b$ ile bölümünden kalan

$$P\left(m \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) + n\right) = P\left(\frac{-mb + an}{a}\right) \text{ dir.}$$

2. Bölen Çarpanlara Ayrılıyorsa

Bölen çarpanlara ayrılıyorsa, her çarpan sıfıra eşitlenir. Bulunan kökler polinomda yazılarak kalan bulunur.

$P(x)$ polinomunun $a(x - b) \cdot (x - c)$ ye bölümünden kalan $mx + n$ ve bölüm polinom $Q(x)$ ise,

$$P(x) = a(x - b) \cdot (x - c) \cdot Q(x) + mx + n \text{ olur.}$$

$$P(b) = mb + n \dots (1)$$

$$P(c) = mc + n \dots (2)$$

(1) eşitliği ile (2) eşitliğinin ortak çözümünden m ve n bulunur.

Bölen polinomun derecesi n ise kalan polinomun derecesi en fazla (n – 1) dir.

3. Bölen Çarpanlarına Ayrılamıyorsa

Bölen çarpanlarına ayrılamıyorsa aşağıdaki 2 yöntem sırasıyla uygulanarak kalan polinom bulunur.

1) Bölen polinom sıfıra eşitlenerek en büyük dereceli değişkenin eşiti bulunur.

2) Bulunan ifade bölünen polinomda yazılır.

- P(x) polinomunun $ax^2 + bx + c$ ile bölü-münden kalanı bulmak için P(x) polinomunda x^2 yerine yazılır.

4. P(x) Polinomu (ax + b)n İle Tam Bölünüyorsa, (n ∈ N+)

$$P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

$$P'\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

$$P''\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

.....

$$P^{(n-1)}\left(-\frac{b}{a}\right) = 0 \text{ dir.}$$

$$P(x) = ax^n + bx^m + d \text{ ise, } P'(x) = a \cdot nx^{n-1} + b \cdot mx^{m-1} + 0 \quad P''(x) = a \cdot n \cdot (n-1)x^{n-2} + b \cdot m(m-1) \cdot x^{m-2} \text{ dir.}$$

P(x) polinomunun (x – a) ile bölümünden elde edilen bölüm Q(x) ve kalan k₁, Q(x) polinomunun (x – b) ile bölümünden kalan k₂ ise, P(x) in (x – a) (x – b) ile bölümünden kalan K(x) = (x – a) k₂ + k₁ olur.

G. BASİT KESİRLERE AYIRMA

a, b, c, d, e, f ∈ A, B birer reel (gerçek) sayı olmak üzere,

$$\frac{ax + b}{(cx + d)(ex + f)} = \frac{A}{cx + d} + \frac{B}{ex + f}$$

eşitliğinde A yı bulmak için, A nın paydasının kökü bulunur.

$$\left(cx + d = 0 \Rightarrow c = -\frac{d}{c} \right)$$

Bulunan bu değer eşitliğin sol yanında A nın paydası atılarak elde edilen $\frac{ax + b}{ex + f}$ de yazılır.

Aynı işlemler B için de yapılır.

$$A = \frac{a \cdot \left(-\frac{d}{c} \right) + b}{e \cdot \left(-\frac{d}{c} \right) + f} \quad \text{ve} \quad B = \frac{a \cdot \left(-\frac{f}{e} \right) + b}{c \cdot \left(-\frac{f}{e} \right) + d} \quad \text{dir.}$$

H. DERECE İLE İLGİLİ İŞLEMLER

$m > n$ olmak üzere,

$$\text{der}[P(x)] = m$$

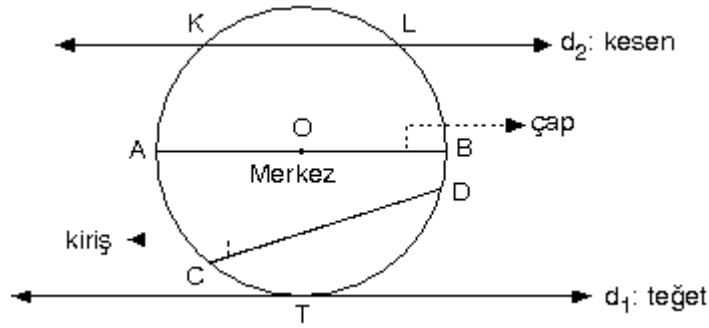
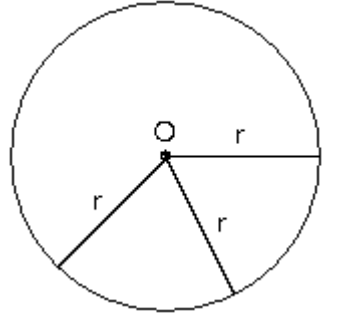
$$\text{der}[Q(x)] = n \text{ olsun.}$$

Buna göre,

1. $\text{der}[P(x) \pm Q(x)] = m$ tir.
2. $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$ dir.
3. $P(x)$ in $Q(x)$ ile bölümünden elde edilen bölüm $B(x)$ ise, $\text{der}[B(x)] = m - n$ dir.
4. $k \in \mathbb{N}^+$ için $\text{der}[P^k(x)] = k \cdot m$ dir.
5. $\text{der}[P(kx)] = m$, $k \neq 0$ dır.

ÇEMBER

Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesine **çember** denir. O noktasından r uzaklıktaki noktalar kümesi, O merkezli ve r yarıçaplı çemberdir.



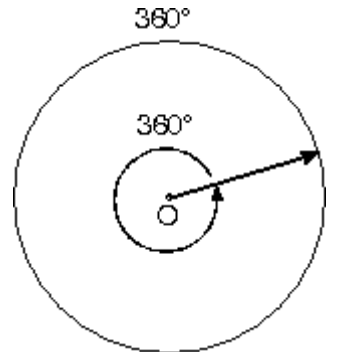
Çember üzerindeki iki noktayı birleştiren doğru parçasına kiriş denir. [CD] kirişi gibi.

En uzun kiriş merkezden geçen kiriştir. O merkezinden geçen [AB] kirişine çemberin çapı denir.

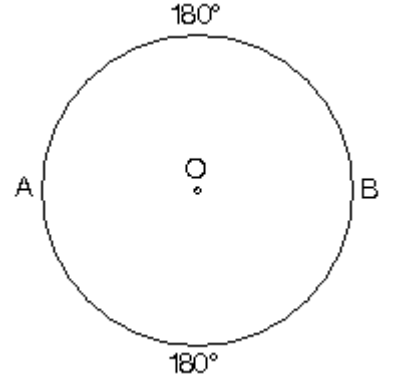
Çemberi iki noktada kesen doğruya kesen denir. d_2 doğrusu çemberi K ve L noktalarında kestiğine göre, kesendir.

Çemberi bir noktada kesen doğruya teğet denir. d_1 doğrusu çemberi T noktasında kestiğinden teğettir.

Çemberin merkezindeki 360° lik açı çember yayının tamamını görür. Çember yayının açısal değeri 360° dir.



Çap çember yayını iki eşit parçaya ayırır. Her bir parça 180° dir.

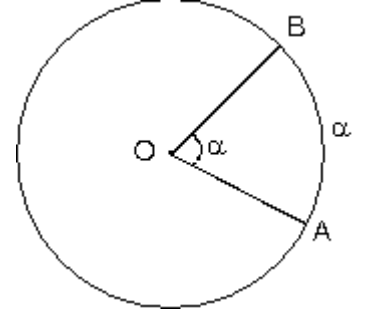


• ÇEMBERDE AÇI ÖZELLİKLERİ

1. Merkez Açı

Köşesi çemberin merkezinde olan açığa merkez açı denir. Bir merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

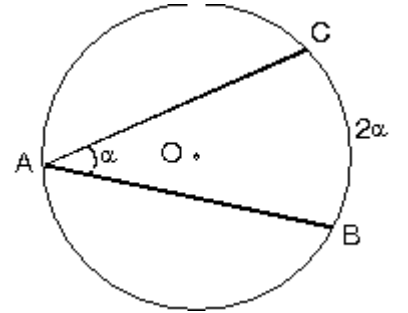
$$m(\angle AOB) = m(\widehat{AB}) = \alpha$$



2. Çevre Açısı

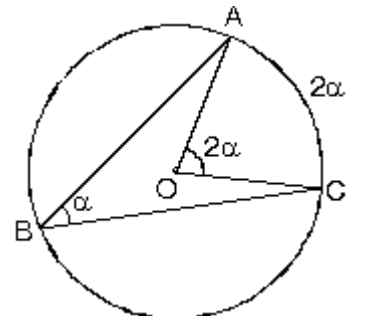
Köşesi çemberin üzerinde, kenarları bu çemberin kirişleri olan açığa çevre açısı denir. Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$m(\angle BAC) = \frac{m(\widehat{BC})}{2} = \alpha$$

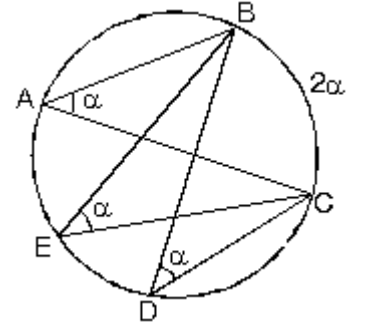


Aynı yayı gören çevre açının ölçüsü merkez açının ölçüsünün yarısıdır.

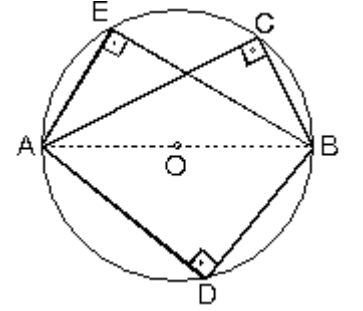
$$m(\angle ABC) = \frac{m(\angle AOC)}{2}$$



Aynı yayı gören çevre açılarının ölçüleri eşittir. $m(\angle BAC) = m(\angle BEC) = m(\angle BDC)$



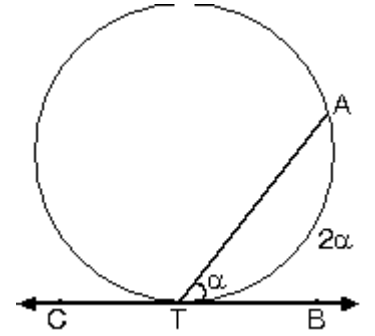
Çapı gören çevre açının ölçüsü 90° dir. $m(\angle AEB) = m(\angle ACB) = m(\angle ADB) = 90^\circ$



3. Teğet - kiriş açısı

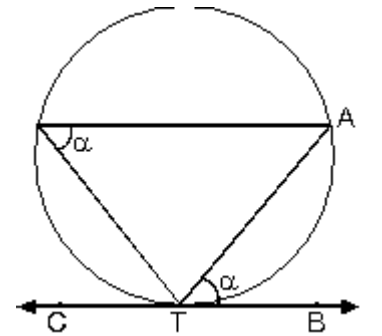
Köşesi çember üzerinde, kollarından biri çemberin teğeti, diğeri çemberin kirişi olan açıya, **teğet - kiriş** açısı denir. Teğet - kiriş açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$m(\angle ATB) = \frac{m(\angle TA)}{2} = \alpha$$



- Aynı yayı gören teğet-kiriş açısı ile çevre açının ölçüleri eşittir.

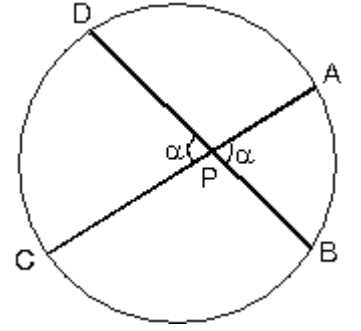
$$m(\angle ABT) = m(\angle ATC) = \alpha$$



4. İç Aı

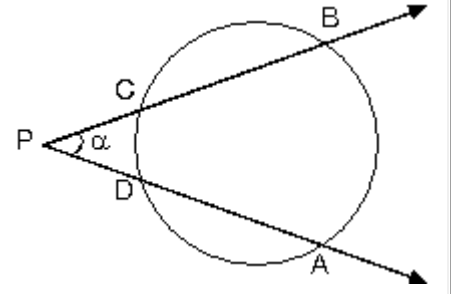
Bir emberde kesişen farklı iki kirişin oluşturduğu açığa iç açı denir.İ açının ölçüsü gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir.

$$m(\text{APB}) = \frac{m(\text{BA}) + m(\text{DC})}{2} = \alpha$$



5. Dış Açı

İki kesenin, iki teğetin veya bir teğetle bir kesenin oluşturduğu açığa, çemberin bir dış açısı denir.



Bir dış açının ölçüsü, gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısına eşittir.

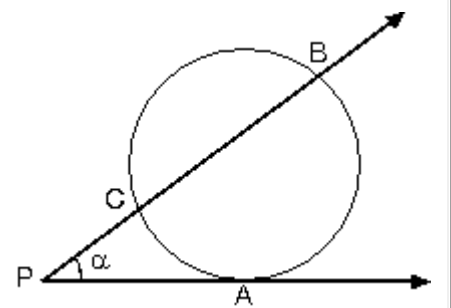
APB açısı AB ve CD yaylarını gördüğüne göre,

$$m(\text{APB}) = \frac{m(\text{AB}) - m(\text{CD})}{2} = \alpha$$

- [PA teğet,

$$\alpha = \frac{m(\text{AB}) - m(\text{CD})}{2}$$

[PB kesen,



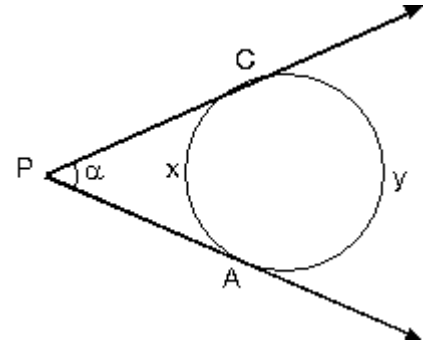
- [PA teğet ve [PC teğet

$m(\widehat{AC}) = y$ ve $m(\widehat{CA}) = x$ dersek

$$\alpha = \frac{y - x}{2}$$

Burada, $x + y = 360^\circ$ olduğundan,

$$\alpha + x = 180^\circ$$

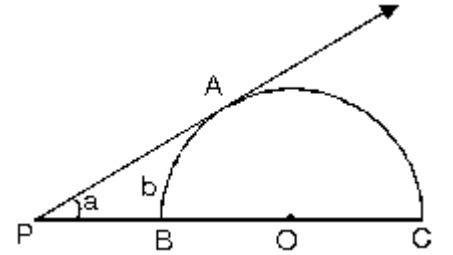


- O merkezli yarım çemberde,

$m(\widehat{APC}) = a$

$m(\widehat{AB}) = b$

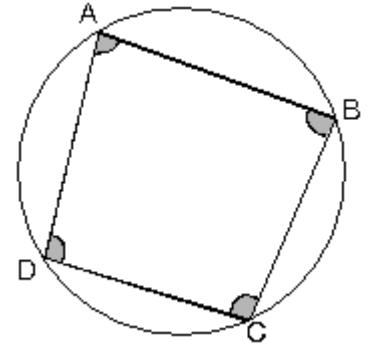
$$a + b = 90^\circ$$



6. Kirişler Dörtgeni

Kenarları bir çemberin kirişleri olan dörtgene **kirişler dörtgeni** denir. Bir kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar bütünlerdir.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ, m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$

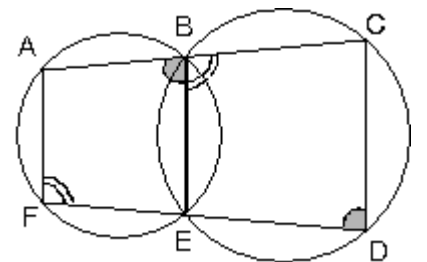


Karşılıklı açılarının ölçüleri toplamı 180 olan bütün dörtgenlerin köşelerinden bir çember geçer.

- Kesişen iki çemberde oluşan ABEF ve BCDE dörtgenlerinde

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CDF}), m(\widehat{AFD}) = m(\widehat{CBE}), m(\widehat{ABE}) + m(\widehat{CBE}) = 180^\circ$ olduğundan,

$$[AF] \parallel [CD]$$



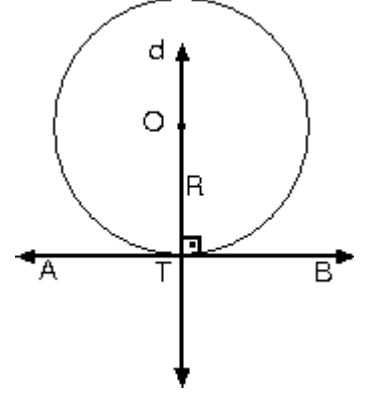
Çemberde Uzunluk

TEĞET - KİRİŞ ÖZELLİKLERİ

1. Teğet noktasından ve çemberin merkezinden geçen doğru, teğet olan doğruya diktir. AB doğrusu T noktasında çembere teğet

$$AB \perp OT$$

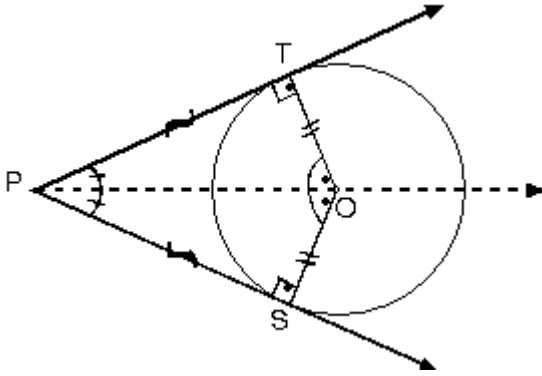
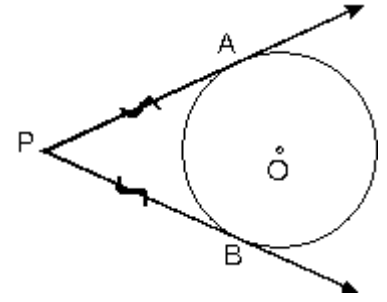
Teğet doğrusuna, teğet noktasından çizilen dik doğru çemberin merkezinden geçer.



2. Çemberin dışındaki bir noktadan çembere çizilen teğetlerin uzunlukları birbirine eşittir.

[PA ve [PT çembere teğet

$$|PA| = |PB|$$

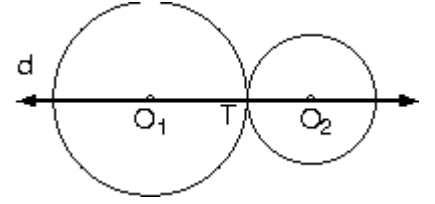


[PT ve [PS çembere teğet ve O çemberin merkezi ise [PO, TPS açısının açıortayıdır.

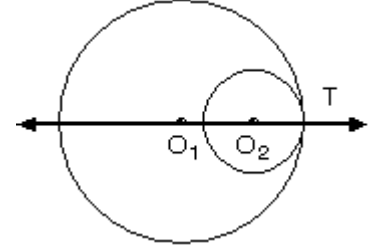
|OT| = |OS| ve [PT] $\perp$ [TO], [PS] $\perp$ [SO] olduğundan PTOS dörtgeni bir deltoid tir.

- İçten ve dıştan teğet çemberlerde merkezleri birleştiren doğru teğet noktasından geçer.

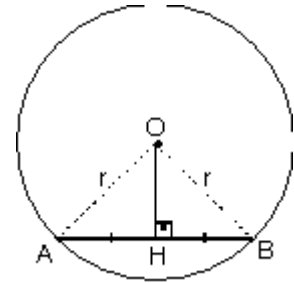
O_1 ve O_2 merkezli çemberler T noktasında dıştan teğet ise, merkezleri birleştiren doğru T noktasından geçer.



Aynı özellik içten teğet çemberler için de geçerlidir. O_1 , O_2 ve T noktaları aynı doğru üzerindedir.

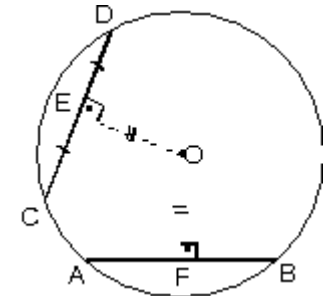


3. Bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme, kirişi ortalar.



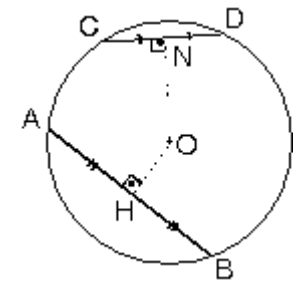
Bir çemberde, merkeze uzaklıkları eşit olan kirişlerin uzunlukları da eşittir.

$$|OF| = |OE| \Leftrightarrow |AB| = |CD|$$



Bir çemberde herhangi iki kirişten merkeze yakın olanı daha büyüktür.

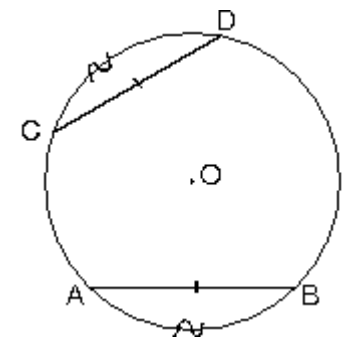
$$|OH| < |ON| \Leftrightarrow |AB| > |CD|$$



4. Bir çemberde eşit uzunluktaki kirişlerin gördüğü yaylarda eşittir.

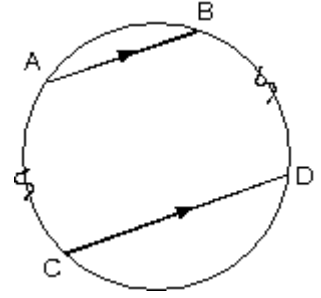
$$|AB| = |CD| \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$|AB| = |CD| \Leftrightarrow m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$



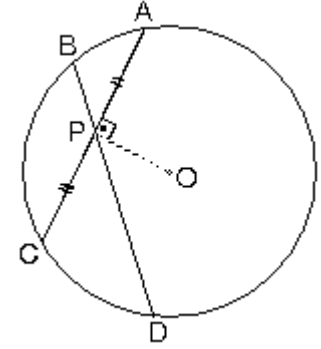
5. Bir çemberde paralel iki kiriş arasında kalan yaylara eşittir.

$$[AB] \parallel [CD] \Leftrightarrow |\widehat{AC}| = |\widehat{BD}|$$



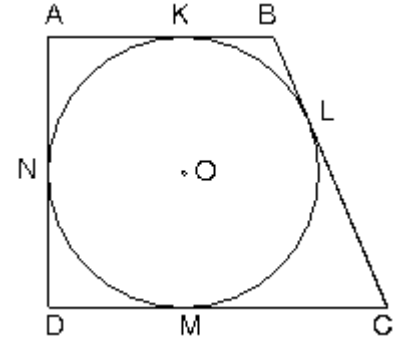
Bir çember içinde alınan herhangi bir P noktasından geçen en kısa kiriş, orta noktası P olan kiriştir.

$$[AC] \perp [PO]$$



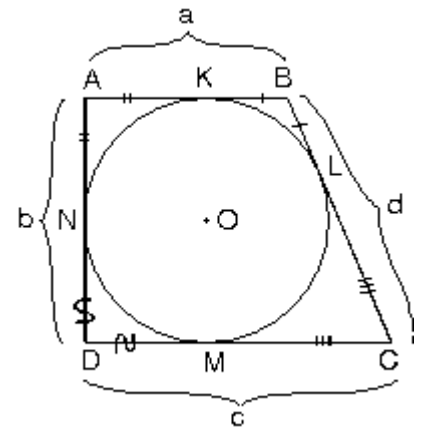
• TEĞETLER DÖRTGENİ

1. Bir çembere teğet dört doğru parçasının oluşturduğu dörtgene **teğetler dörtgeni** denir. ABCD dörtgeninde K, L, M, N teğetlerin değme noktasıdır.



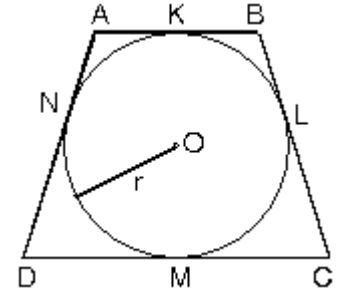
2. Teğetler dörtgeninde karşılıklı kenarların uzunlukları toplamı eşittir.

$$a+c=b+d$$



3. Teğetler dörtgeninin alanı; içteğet çemberin yarıçapı ile çevresinin çarpımının yarısıdır.

$$A(ABCD) = \frac{\text{Çevre}(ABCD)}{2} \cdot r$$



• KİRİŞLER DÖRTGENİ

Kirişler dörtgeninde karşılıklı açların toplamının 180° dir. Dörtgeninin alanı;

$$u = \frac{\text{Çevre}(ABCD)}{2} = \frac{a+b+c+d}{2}$$

$$A(ABCD) = \sqrt{(u-a)(u-b)(u-c)(u-d)}$$

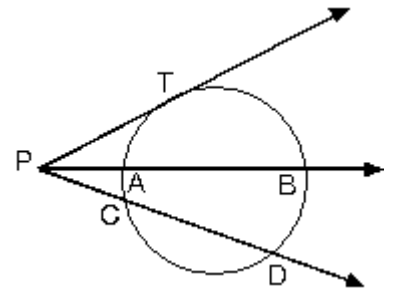


KUVVET

1. Çemberin Dışındaki Bir Noktanın Çembere Göre Kuvveti

[PT, T noktasında çembere teğet, [PB ve [PD çemberkesen ışınlar

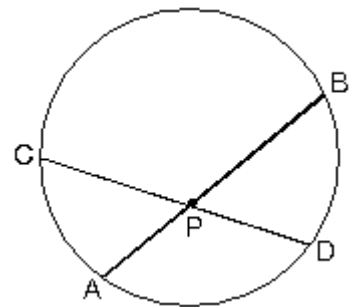
$$\text{Kuvvet} = |PT|^2 = |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$



2. Çemberin İçindeki Bir Noktanın Çembere Göre Kuvveti

Bir çemberin içindeki bir noktada kesişen iki kiriş üzerinde, kesim noktasının ayırdığı parçaların uzunlukları çarpımı sabittir.

$$\text{Kuvvet} = |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$



- Çemberin üzerindeki bir noktanın çembere göre kuvveti sıfırdır

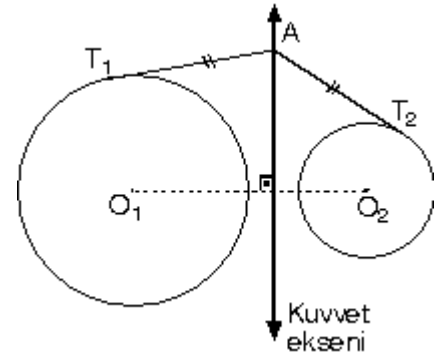
3. İki Çemberin Kuvvet Eksenini

Kuvvet eksenini üzerindeki noktaların her iki çembere göre kuvvetleri eşittir.

a. Dıştan teğet iki çemberin kuvvet eksenini teğet noktasından geçer. Kuvvet eksenini çemberin merkezlerini birleştiren doğruya teğet noktasında diktir. $O_1O_2 = r_1 + r_2$	
b. İçten teğet çemberlerin kuvvet eksenini teğet noktasından geçer. Kuvvet eksenini merkezlerden geçen doğruya teğet noktasında diktir. $O_1O_2 = r_1 - r_2$	
c. Kesişen çemberlerde kuvvet eksenini çemberlerin kesişim noktalarından geçer ve merkezleri birleştiren doğruya diktir. $O_1O_2 < r_1 + r_2$	
şekildeki P noktasının A noktasında birbirine dıştan teğet olan O_1 ve O_2 merkezli çemberlere uygulamış olduğu kuvvetler eşittir. $PB = PA = PC \Leftrightarrow BA \perp [AC]$	

- Yarıçapları kesişim noktalarında dik olan çemberlere dik kesişen çemberler denir.

d. Kesismeyen çemberlerin ortak noktası yoktur. Kuvvet eksenini iki çemberin arasında ve çemberlerin merkezlerini birleştiren doğruya diktir. $|O_1O_2| > r_1 + r_2$



4. Ortak Teğet Parçasının Uzunluğu



Ortak teğet uzunluğunun bulunabilmesi için merkezlerden teğetlere dikler çizilir.

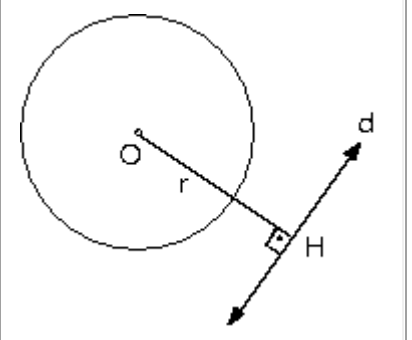
O_1O_2C dik üçgeninde $|CO_2| = |AB|$

$$|\mathbf{AB}|^2 = |\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2|^2 - |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2$$

5. Bir Doğru İle Bir Çemberin Durumları

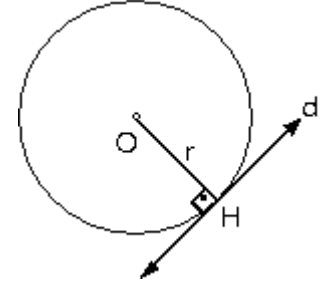
Aynı düzlemde bulunan O merkezli r yarıçaplı bir çember ile d doğrusu üç farklı durumda bulunur.

a. $|OH| > r$ isodoğru çemberi kesmez ve doğru çemberin dışındadır.

$$\text{Çember} \cap d = \emptyset$$


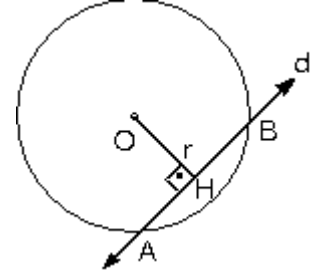
b. $|OH| = r$ isedoğru ğemberi bir noktada keser. Yani doğru ğembere teğettir.

Ğember $\cap$ d = {H}



c. $|OH| < r$ isedođru ğemberi iki noktada keser.

Ğember $\cap$ d = {A, B}



Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

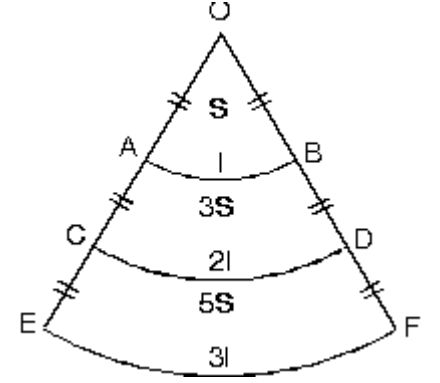
Çemberde Benzerlik

Bütün çemberler benzer olduğundan eş açılı yaylarda benzerdir. Üçgenlerdeki benzerlik özelliklerini yaylarda da kullanabiliriz.

şekildeki O merkezli AB, CD ve EF çember yayları veriliyor.Üçgenlerde geçerli olan tüm benzerlik özellikleri burada da geçerlidir.

$$\begin{aligned} |OA| = |AC| = |CE| &\Rightarrow |AB| = \ell \\ |CD| &= 2\ell \\ |EF| &= 3\ell \text{ olur} \end{aligned}$$

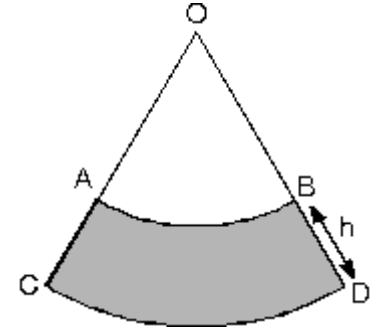
Alanlar $S, 3S, 5S$ sırasıyla orantılıdır.



- Aynı merkezli daire dilimleri arasında kalan alan, yamuğun alanına denktir.

$$h = r_2 - r_1$$

$$\text{Taralı alan} = \frac{|AC| + |CD|}{2} \cdot h$$

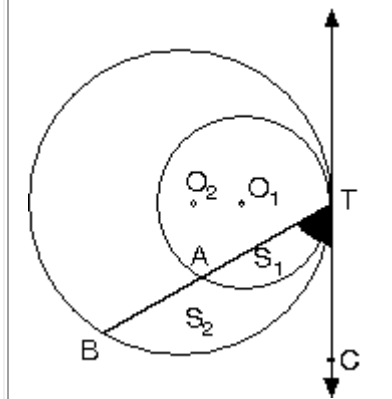


Teğet Çemberlerde Benzerlik

BTC açısı ortak açı olduğundan AT ve BT yaylarının ölçüleri eşittir.Ölçüleri eşit yaylar benzer olduğundan

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{|AT|}{|BT|}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$



Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkmış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

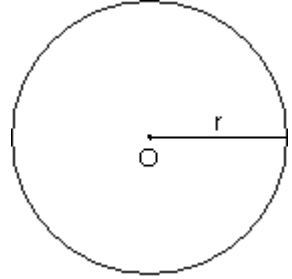
Dairenin Alanı ve Çevresi

Bu konumuzda dairede alan ve uzunluk olayını inceleyeceğiz. İyi dersler...

O merkezli ve r yarıçaplı bir dairede

$$\text{Dairenin Alanı} = \pi r^2$$

$$\text{Dairenin Çevresi} = 2\pi r$$

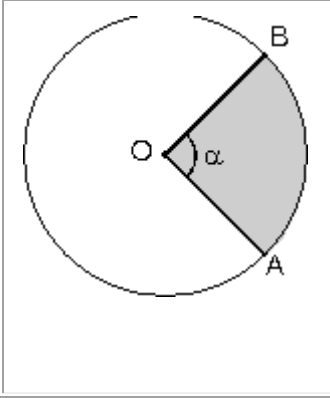


2. Daire Diliminin Alanı ve Yay Parçasının Uzunluğu

O merkezli dairede $m(\angle AOB) = \alpha$ olacak şekilde taralı dairediliminin alanı,

$$\text{Daire Diliminin Alanı} = \pi r^2 \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\widehat{AB} \text{ Çember yayının Uzunluğu} = 2\pi r \frac{\alpha}{360^\circ}$$



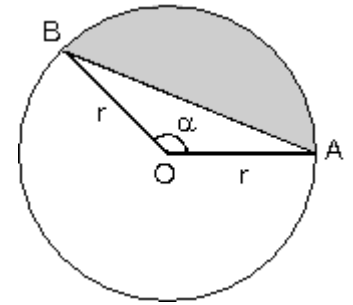
3. Daire Kesmesinin Alanı

O merkezli dairede taralı alan, daire diliminin alanından BOA üçgeninin alanının

$$A(\triangle BOA) = \frac{1}{2} r^2 \sin \alpha$$

çıkarılması ile bulunur.

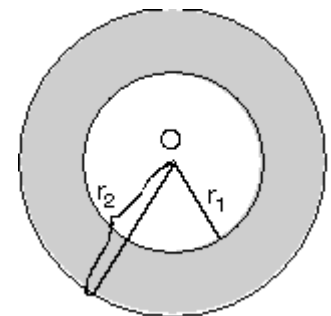
$$\text{Taralı Alan} = \pi r^2 \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \alpha$$



4. Daire Halkasının Alanı

O merkezli r_1 ve r_2 yarıçaplı çemberler arasında dairenin alanının çıkarılması ile bulunur. Taralı Alan = $\pi r_2^2 - \pi r_1^2$ ortak parantezinde

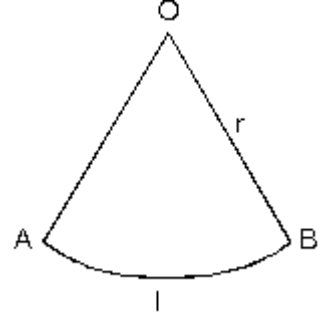
$$\text{Taralı Alan} = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$



-
- O merkezli ve r yarıçaplı daire diliminde yay uzunluğuna

$|AB| = l$ dersek

$$\text{Daire Diliminin Alanı} = \frac{l \cdot r}{2}$$

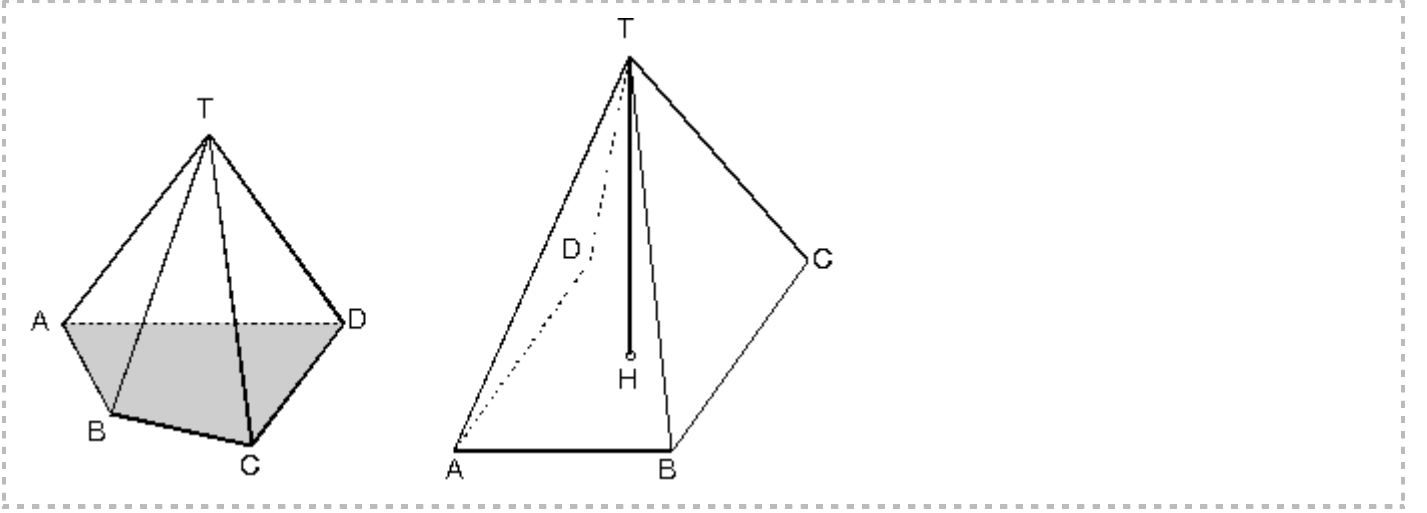


Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

PİRAMİTLER

Bir düzlemde kapalı bir bölge ile bu düzlemin dışında bir T noktası alalım. Kapalı bölgenin tüm noktalarının T noktası ile birleştirilmesi sonucunda oluşan cisme **piramit** denir.



T noktası piramidin tepe noktasıdır. Kapalı bölge ise piramidin tabanıdır. Piramit; tabanı oluşturan şeklin ismiyle adlandırılır. Taban kare ise, kare piramit; taban altıgen ise altıgen piramit gibi.

Eğer piramidin tabanı düzgün çokgense bu tip piramitlere **düzgün piramit** denir.

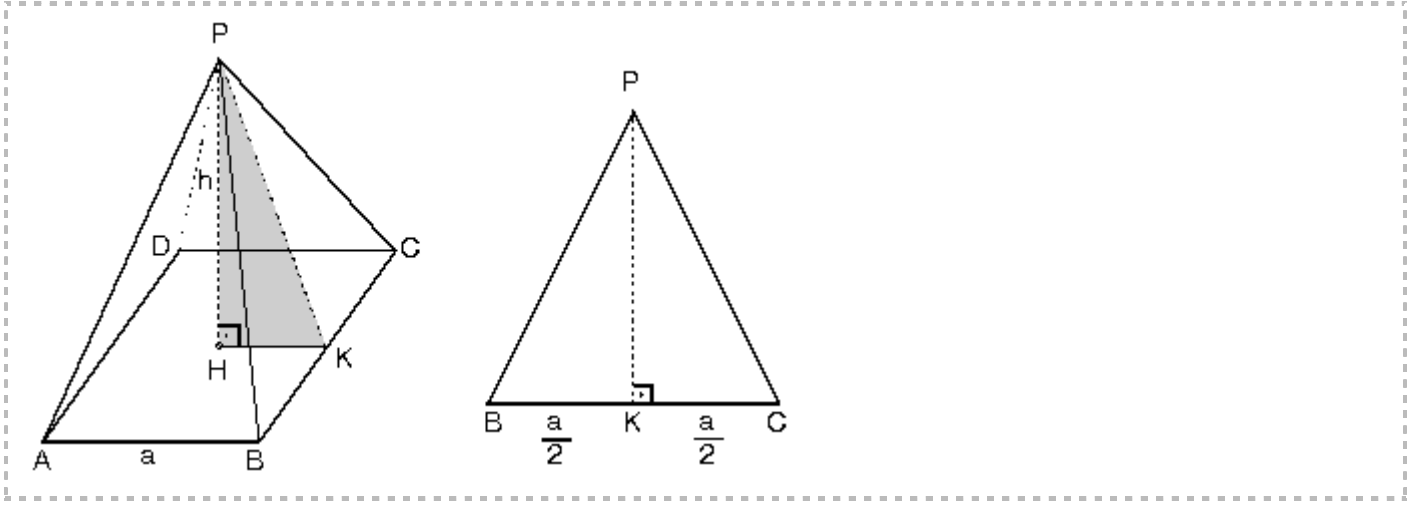
T noktasının taban düzlemi üzerindeki dik izdüşümüne H dersek [TH] piramidin yüksekliği olur.

[TH] = h biçiminde yazılır. [TA], [TB], [TC]... piramidin yanal ayrıtlarıdır.

Piramitlerin hacmi taban alanı ile yüksekliğin çarpımının üçte biri kadardır.

$$\text{Hacim} = \frac{1}{3} \times \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$$

1.Kare Piramit



Kare piramidin tabanı kare biçimindedir. Yan yüzeyleri ise dört adet ikizkenar üçgenden oluşur.

İkizkenar üçgenlerin taban uzunlukları piramidin tabanının bir kenarına eşittir.

$|PH| = h$ piramidin yüksekliğidir.

Yan yüz yüksekliği $|PK|$ dır.

Tabanının bir kenarına a dersek

$$|HK| = \frac{a}{2} \text{ olur.}$$

Buradan yan yüz yüksekliği

$$|PK|^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ olur.}$$

$$|PK|^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ olur.}$$

$$\text{Hacim} = \frac{a^2 h}{3}$$

Tüm alan yan yüz alanları ile taban alanının toplamına eşittir.

2. Eşkenar Üçgen Piramit

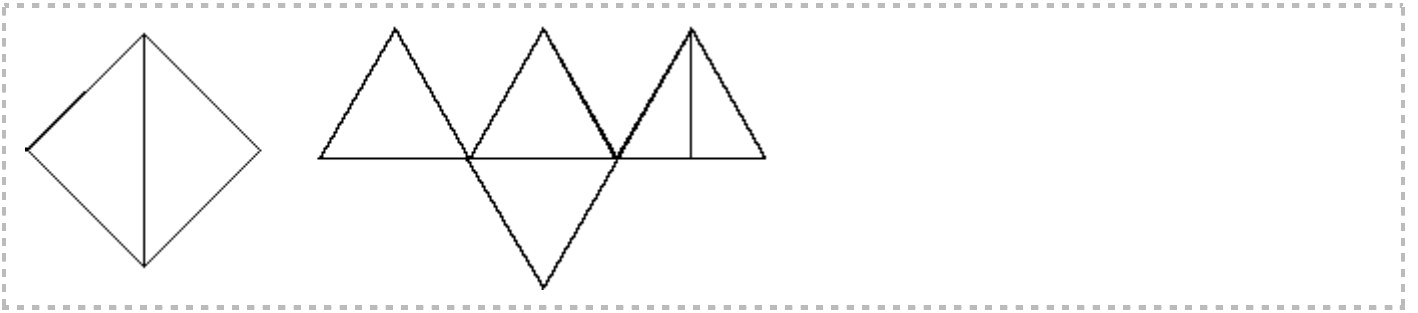
Tabanı eşkenar üçgen olan piramitlere eşkenar üçgen piramit denir.

Taban Alanı $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ olduğundan

Taban Alanı $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ olduğundan olduğundan

$$\text{hacim} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h$$

3. Düzgün Dörtüzlü



Dört yüzü de eşkenar üçgenlerden oluşan cisimdir. Yükseklik, tabanı oluşturan üçgenin ağırlık merkezine iner.

Bir ayrıtı a olan düzgün dörtüzlünün

Yarı yüz yüksekliği	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$	ve
Cisim yüksekliği	$\frac{a\sqrt{6}}{2}$	olur

Buradan

$$\text{hacim} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right) \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{hacim} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

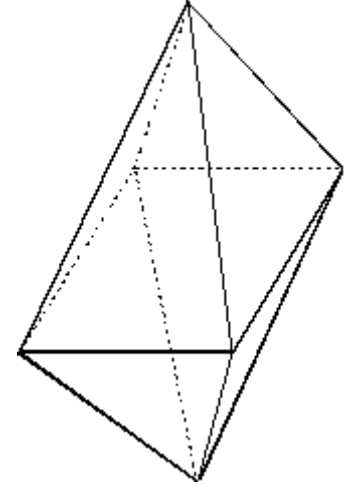
4. Düzgün Sekizyüzlü

Bütün ayrıtları birbirine eş ve yüzeyleri sekiz eşkenarüçgenden oluşan cisme

düzgün sekizyüzlü denir. Bir ayrıtına a dersek yan yüz yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ olur. Cismin, ortak tabanlı iki adet kare piramitten oluştuğunu

düşünürsek piramitlerin yüksekliği;

olur.



Piramitin hacmi $\frac{a^2 \cdot h}{3}$ olduğundan;

$$\text{Hacim} = 2 \cdot \frac{a^2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{hacim} = 8 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

Yüzey şekilleri eşkenar üçgen olduğundan

$$\text{Tüm alan} = 2a^2\sqrt{3}$$

5. Düzgün Altıgen Piramit

Tabanı düzgün altıgen olan piramide düzgün altıgen piramit denir.

Yan yüzeyleri altı adet eş ikizkenar üçgenden oluşur.

Taban alanı =	$6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$	oldüğundan
---------------	--	------------

$$\text{hacim} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h$$

$$\text{hacim} = \frac{1}{2} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot h$$

bulunur. Yan yüzeyleri altı adet eş ikizkenar üçgen oluşur.

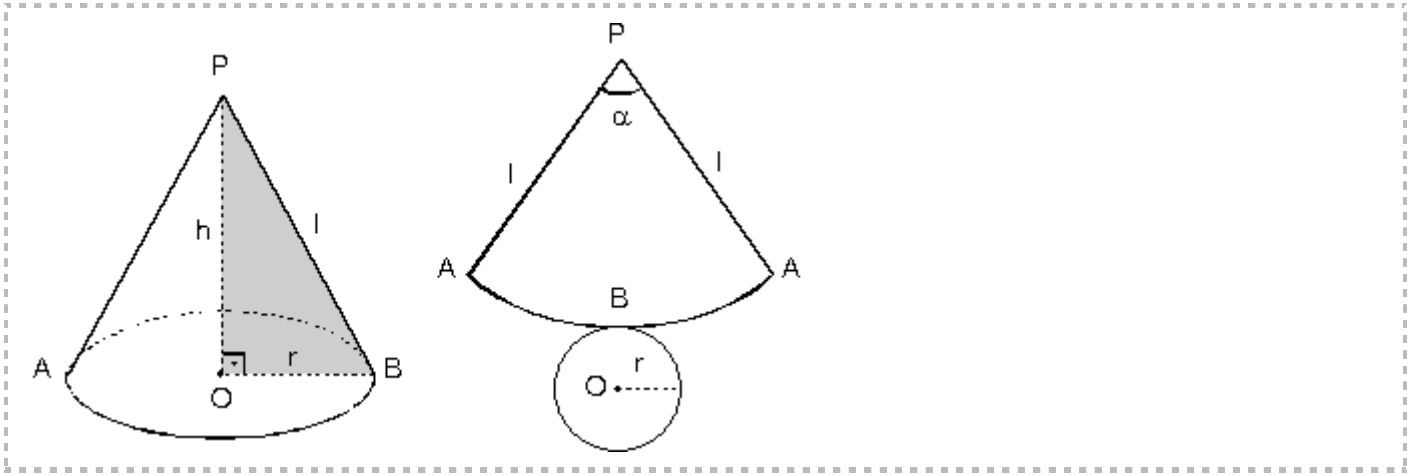
KONİ

Tabanı daire biçiminde olan piramide koni adı verilir.

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

KONİ



Tabanı daire biçiminde olan piramite koni adı verilir.

Burada;

Taban yarıçapı $|OB| = r$

Cisim yüksekliği $|PO| = h$ olur.

$|PA| = |PB| = l$ uzunluğuna ana doğru denir.

POB dik üçgeninde,

$h^2 + r^2 = l^2$ bağıntısı vardır.

Koninin yanal alanı bir daire dilimidir.

$$\text{hacim} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Daire diliminin alanı, yay uzunluğu ile yarıçapın çarpımının yarısıdır. Yay uzunluğu taban çevresine eşit olduğundan,

$$\text{Yanal alan} = \pi r^2 + \pi r l$$

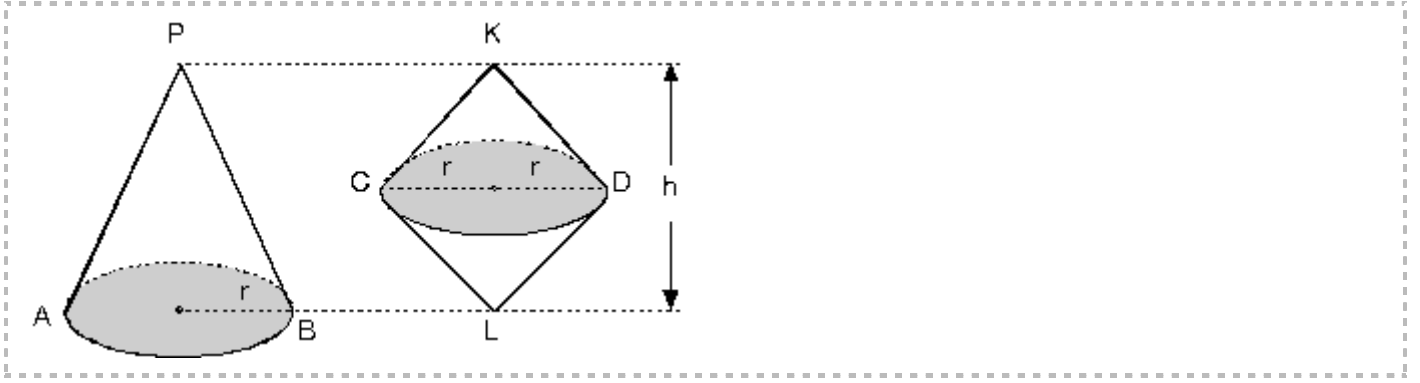
Tüm alan bulunurken, taban alanı da ilave edilir.

$$\text{Tüm alan} = \pi r^2 + \pi r l$$

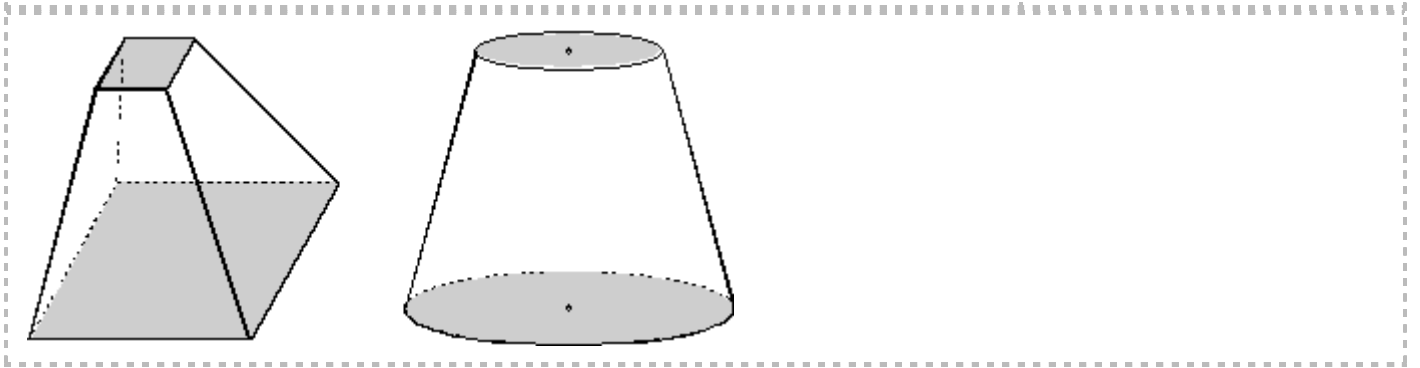
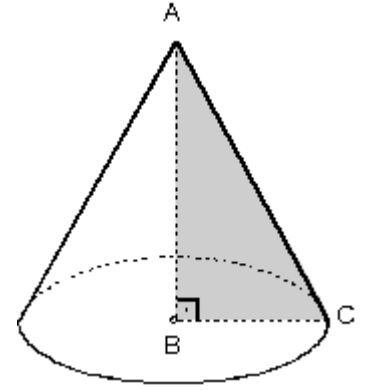
- Daire diliminin merkez açısına α dersek

$$\frac{\alpha}{360} = \frac{r}{l} \quad \text{oranı elde ederiz.}$$

- Yükseklikleri ve taban yarıçapları eşit olan iki cismin hacimleri de birbirine eşittir.



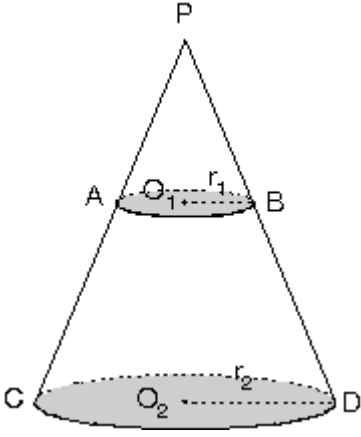
- Üçgensel şekiller bir kenarı etrafında döndürüldüğünde koni elde edilir. Şekildeki ABC dik üçgeninin AB kenarı etrafında döndürülmesi ile $|BC|$ yarıçaplı ve yüksekliği $|AB|$ olan koni elde edilir.



Kesik piramitlerin hacimleri bulunurken cisim piramide tamamlanır.

$[O_1B] \parallel [O_2D]$ olduğundan

$$\frac{|PO_1|}{|PO_2|} = \frac{r_1}{r_2} \text{ benzerliği vardır.}$$



Küçük koninin büyük koniye benzerlik oranı $\frac{r_1}{r_2}$ dir. Alanları
oranı benzerlik oranının

karesi olduğundan, alanlar oranı $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ olur. Hacimler oranı

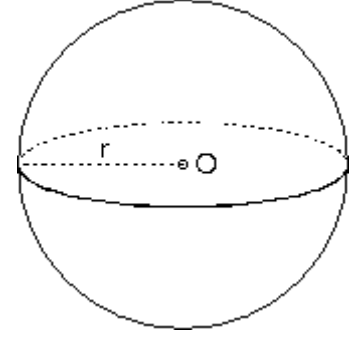
ise benzerlik oranının küpüdür. r_1 yarıçaplı küçük koninin hacmine V_1 , r_2 yarıçaplı büyük koninin hacmine V_2 dersek

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

KÜRE

Uzayda bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerine küre yüzeyi denir. Küre yüzeyinin sınırladığı cisme küre adı verilir. Sabit noktaya kürenin merkezi, merkezin küre yüzeyine uzaklığına da kürenin yarıçapı denir.



O merkezli R yarıçaplı kürede;

$$\text{hacim} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Yüzey alanı

$$\text{Alan} = 4\pi R^2$$

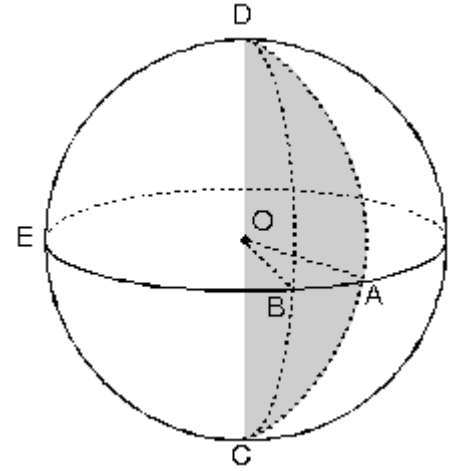
1. Küre Dilimi

[KL] çap

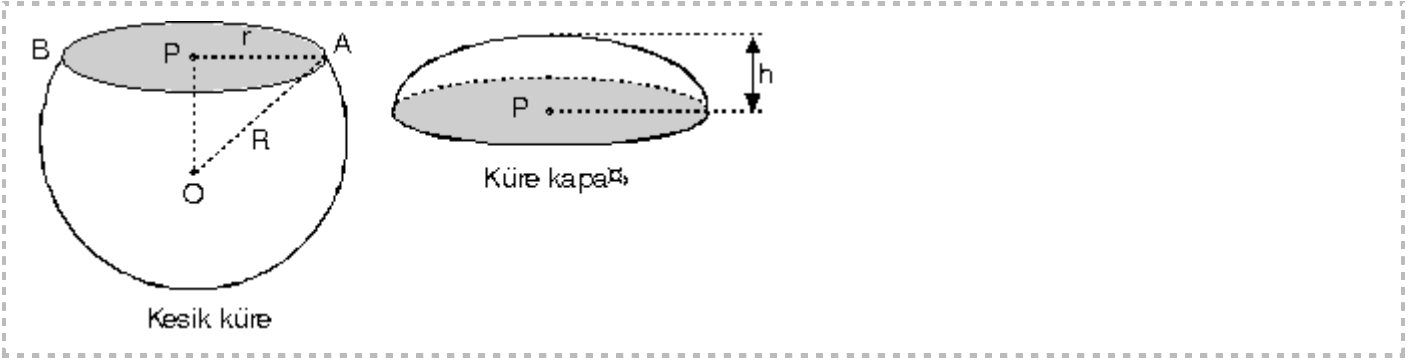
$$m(\text{AOB}) = \alpha$$

şekildeki gibi kesilip çıkarılan küre diliminin hacmi

$$\text{Dilim Hacmi} = \text{Küre Hacmi} \times \frac{\alpha}{360^\circ}$$



2. Küre Kapağı



Bir küre merkezinden $|OP|$ uzaklıkta bir düzlemlle kesildiğinde kesit alanının daire şeklinde olduğu görülür.

Kesilip çıkarılan kısma küre kapağı denir. Kesitin merkezinden uzaklığına $|OP|$, kesitin yarıçapına r ve kürenin yarıçapına R dersek

$ OP ^2 + r^2 = R^2$	eşitliği vardır. $h = R - OP $
Küre kapağının alanı= $2\pi Rh$	
Yandaki şekildeki gibi olan	
Küre parçasının hacmi	$\frac{2}{3}\pi R^2 h$

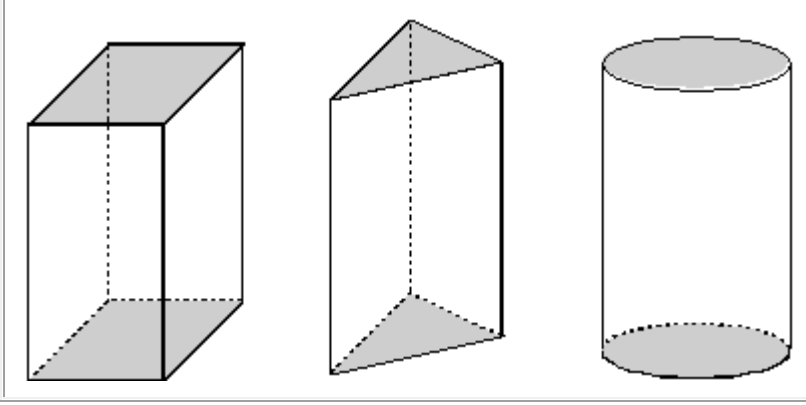
Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde

Prizmalar:

DİK PRİZMALARIN ALAN ve HACİMLERİ

Alt ve üst tabanları paralel eş şekillerden oluşan cisimlere **prizma** denir. Yan yüzeyleri taban düzlemine dik olan prizmalara **dik prizma** adı verilir.

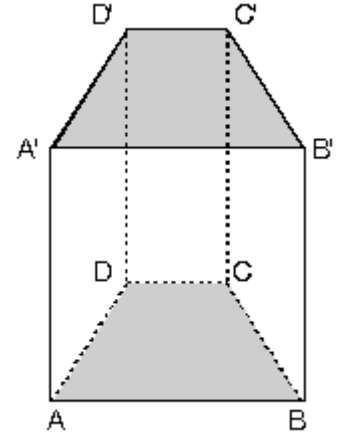


Prizmalarda yan yüzeyleri birleştiren ayrıtlara yanal ayrıt denir.

$[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, $[DD']$ yanal ayrıtlardır. Dik prizmalarda yanal ayrıt cismin yüksekliğine eşittir.

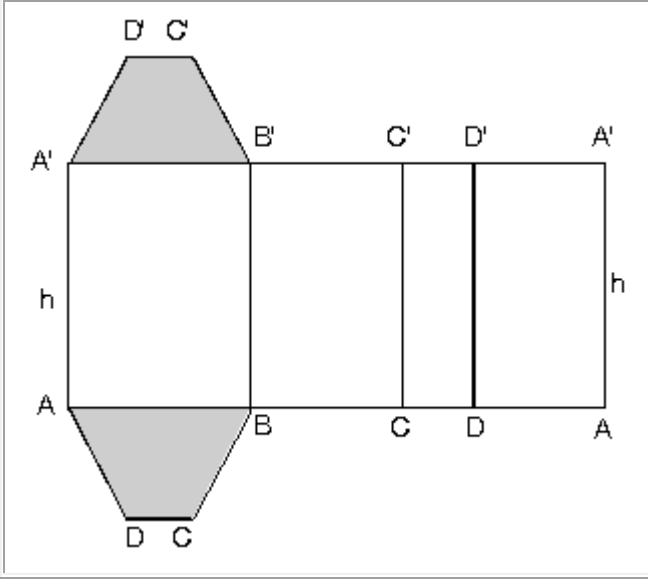
Cismin yüksekliğine h dersek

$$h = |AA'| = |BB'| = |CC'| = |DD'| \text{ olur.}$$



Prizmanın Hacmi

$$\text{Hacim} = \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$$



Dik prizmanın taban biçimi nasıl olursa olsun, yanal yüzeyi daima bir dikdörtgen olur. Yanal yüzü oluşturan dikdörtgenin alt kenarı tabanın çevresi kadardır. Diğer kenarı ise h yüksekliği kadar olur.

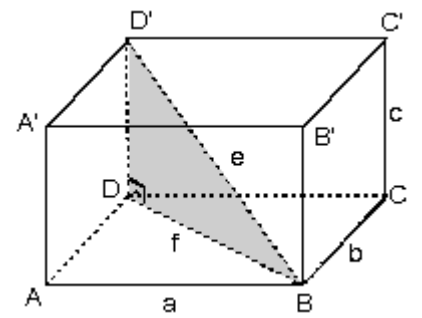
$$\text{Yanal Alan} = \text{Taban çevresi} \times \text{Yükseklik}$$

Bütün dik prizmaların yanal alanı taban çevresi ile yüksekliğin çarpımıdır. **Bütün Alan ise yanal alan ile iki taban alanının toplamıdır.**

$$\text{Tüm Alan} = \text{Yanal Alan} + 2 \cdot \text{Taban Alanı}$$

1. Dikdörtgenler Prizması

Dikdörtgenler prizması yan yüzeyleri karşılıklı ikişer ikişer eş olan altı adet dikdörtgenden oluşan prizmadır. Burada hacim, taban alanı olan (a.b) ile yükseklik olan (c) nin çarpımıdır. Alan ise (a.b), (b.c) ve (a.c) yüzey alanlarının ikişer katlarının toplamıdır. Dikdörtgenler prizmasında birbirine en uzak iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **cisim köşegeni** denir.



Cisim köşegeni daima prizmanın içinden geçer. Yüzeylerinden geçmez. Sadece bir yüzeyden geçen köşegene o yüze ait **yüzey köşegeni** denir. Burada köşegenlerin uzunlukları

$$|AC'| = |A'C| = |BD'| = |B'D| = e \text{ (cisim köşegeni)}$$

$$|BD| = f \text{ (Yüzey köşegeni) olsun. Bu durumda}$$

$$\text{Hacim} = a.b.c$$

$$\text{Alan} = 2(ab+bc+ac)$$

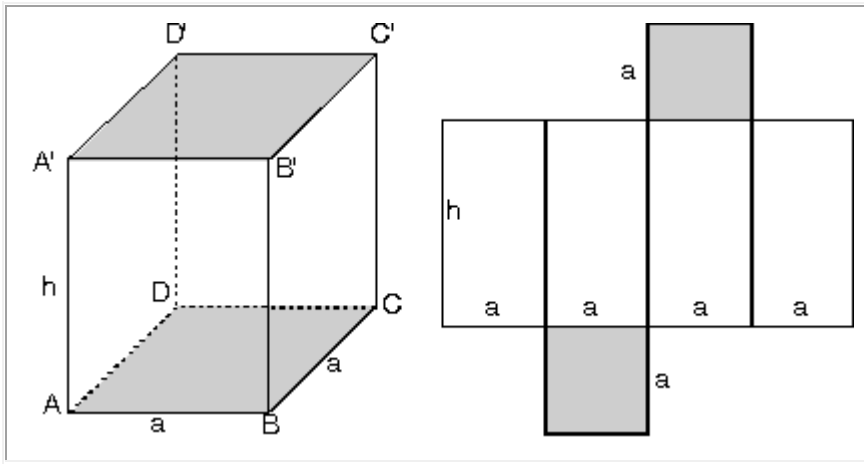
$$\text{Alan} = 2 (ab + bc + ac)$$

$$\text{Cisim Köşegeni: } e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{Yüzey Köşegeni: } f = \sqrt{a^2 + b^2}$$

2. Kare Prizma

Tabanı kare olan prizmalara **kare prizma** denir. Yan yüzü dört adet eş dikdörtgenden oluşur.



$$\text{Hacim} = a^2 \cdot h$$

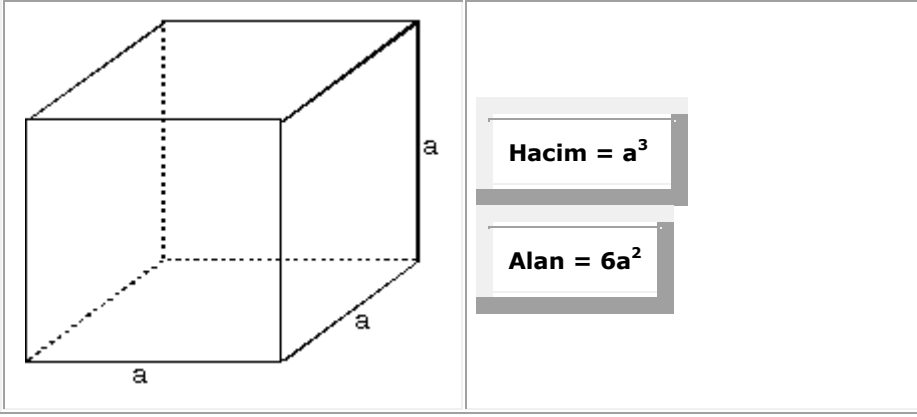
$$\text{Yanal Alan} = 4 \cdot a \cdot h$$

$$\text{Alan} = 4.ah + 2.a^2$$

$$\text{Cisim köşegeni : } e = \sqrt{a^2 + a^2 + h^2}$$

3. Küp

Bütün ayrıtları birbirine eşit olan dik prizmaya küp denir. Tüm yüzeyleri kare dir.



Kübün yüzey köşegenleri birbirine eşittir.

Yüzey köşegeni: $f = a\sqrt{2}$

Cisim köşegeni: $e = a\sqrt{3}$

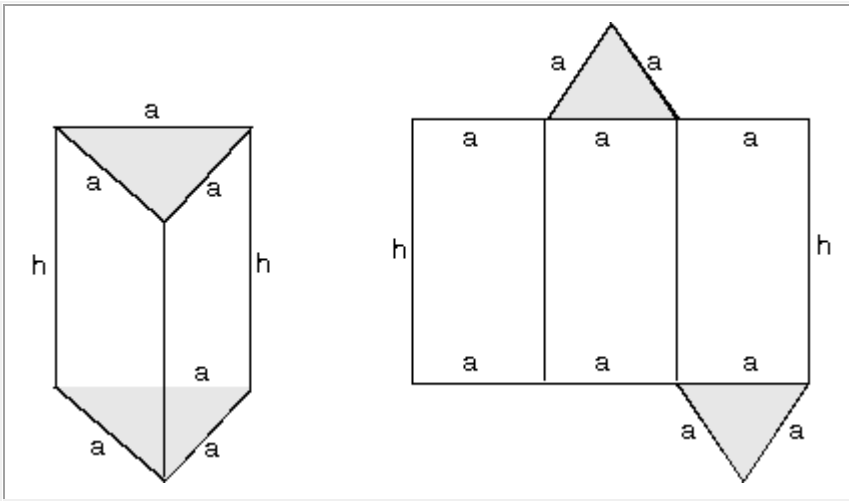
4. Üçgen Prizmalar

Prizmalar tabanlarının şekline göre isim aldıklarından tabanı üçgen olan prizmalara üçgen prizma denir.

Üçgen prizmalar tabanını oluşturan üçgene göre isimlenir.

a. Eşkenar Üçgen Prizma

Eşkenar üçgen prizmanın tabanları eşkenar üçgendir. Yan yüzeyleri ise üç tane eş dikdörtgenden oluşur. Tabanı eşkenar üçgen olduğundan



Tabanı eşkenar üçgen olduğundan

Taban alanı	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
-------------	-------------------------

Hacim	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h$
-------	---------------------------------

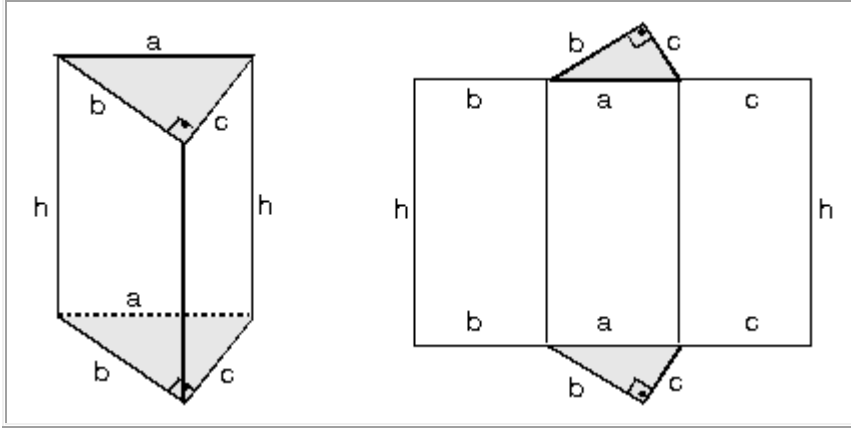
Taban çevresi $3a$ olduğundan, yanal alan $3a \cdot h$ dır.

Buradan tüm alanı

Tüm alan	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3ah$
----------	-------------------------------

b. Dik Üçgen Prizma

Dik üçgen prizmanın tabanı dik üçgendir. Yan yüzeyleri ise üç tane dikdörtgenden oluşur.



Tabanı dik üçgen olduğundan

Taban alanı =	$\frac{b \cdot c}{2}$
Hacim	$\frac{b \cdot c}{2} \cdot h$

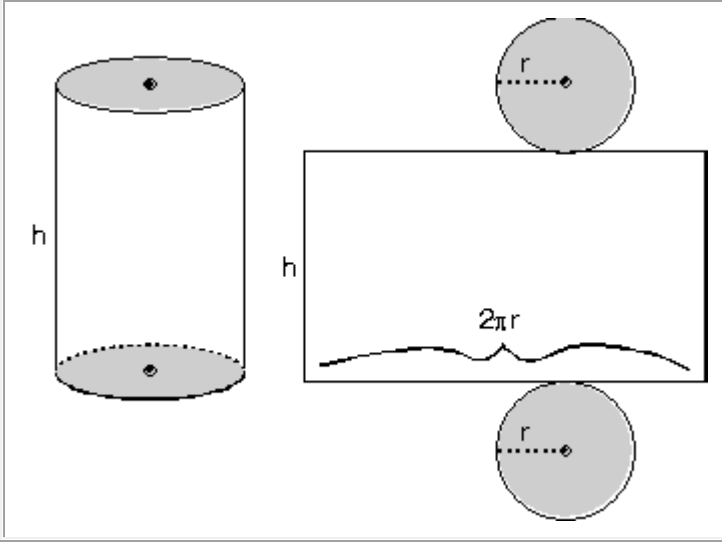
Taban çevresi $a + b + c$ olduğundan,

Yanal alan = $(a + b + c) \cdot h$

Tüm Alan = $b \cdot c + (a + b + c) \cdot h$

5. Silindir

Tabanı daire olan prizmalara **silindir** denir. Silindirin yan yüzü dikdörtgen biçimindedir. Dikdörtgenin bir kenarı yükseklik kadar, diğer kenarı ise taban dairesinin çevresi kadardır.



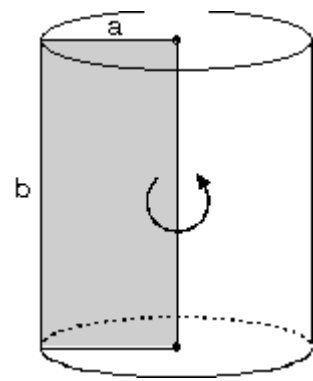
Taban alanı= πr^2

$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$

Taban çevresi $2\pi r$ olduğundan yanıl alan $2\pi r h$ olur.

$$\text{Tüm alan} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

Bir dikdörtgen levha bir kenarı etrafında döndürüldüğünde silindir elde edilir.



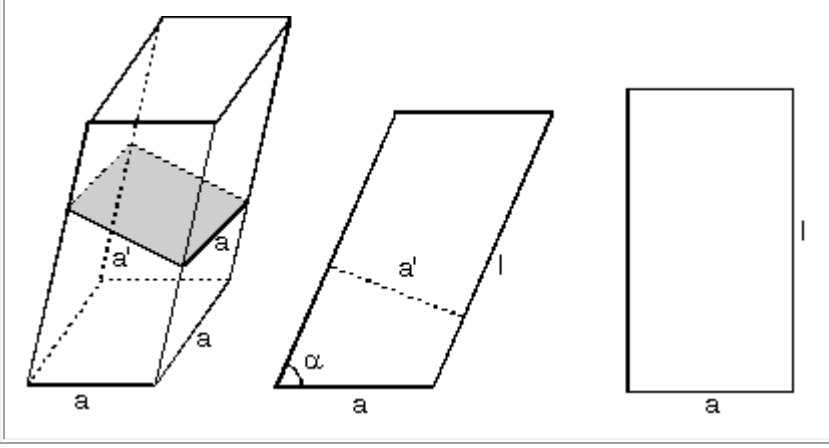
6. Düzgün Çokgen Prizmalar

Tabanı düzgün çokgenlerden oluşan prizmalara düzgün çokgen prizmalar deriz. Taban ayrıtları birbirine eşittir. Diğer dik prizmalarda olduğu gibi düzgün çokgen prizmalarda da yanıl ayrıt aynı zamanda yüksekliktir.

- Dik prizmalarda taban şekli ne olursa olsun, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı ve yanıl alanın ise taban çevresi ile yüksekliğin çarpımı olduğunu unutmayalım.

EĞİK PRİZMALAR

1. Eğik Kare Prizma



Tabanı, bir kenarı a olan kareden oluşan prizma bir yöne doğru taban düzlemi ile a açısı yapacak kadar eğilirse **eğik kare prizma** elde edilir.

Prizmanın yanal ayrıtlarına l dersek,

Prizmanın yüksekliği $h = l \cdot \sin a$ olur.

Eğik prizmanın yanal ayrıtlarına dik olacak şekilde oluşan kesitine dik kesit denir. Eğik kare prizmanın iki yan yüzeyi dikdörtgen, diğer iki yan yüzeyi ise paralelkenardır.

Eğik kare prizmanın dik kesitinin bir kenarı taban kenarı a kadar, diğeri ise,

$$a' = a \cdot \sin a \text{ kadardır.}$$

Buradan;

$$\text{Dik Kesit Alanı} = \text{Taban Alanı} \times \sin a$$

$$\text{Dik kesit çevresi} = 2a + 2a \cdot \sin a$$

Eğik prizmaların yanal alanlarının toplamı

$$\text{Yanal alan} = \text{Dik kesit çevresi} \times \text{Yanal Ayrıt}$$

bağıntısı ile bulunur. Alt ve üst tabanlar ilave edildiğinde tüm alan bulunmuş olur. Bütün prizmalarda olduğu gibi eğik prizmalarda da hacim, taban alanı ile yüksekliğin çarpımı ile bulunur.

$$\text{Hacim} = \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$$

Ayrıca dik kesit alanı ile yanal ayrıtın çarpımı ile de hacim bulunabilir.

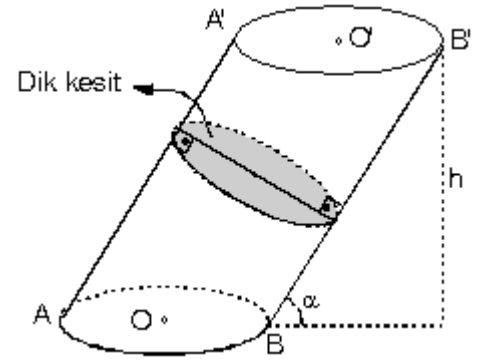
$$\text{Hacim} = \text{Dik Kesit Alanı} \times \text{Yanal Ayrıt}$$

2. Eğik Silindir

$|AA'| = |BB'| = l$ Yanal ayrıtı l olan ve taban düzlemi ile a açısı yapan eğik silindirde yükseklik,

$$h = l \cdot \sin a$$

$$\text{Dik Kesit Alanı} = \text{Taban Alanı} \times \sin a$$



Eğik silindirin yan yüz alanı, dik kesit çevresi ile yanal ayrıtının çarpımıdır. Bütün eğik prizmalarda olduğu gibi eğik silindir de de hacim, dik kesit alanı ile yanal ayrıtın çarpımına eşittir.

$$\text{Hacim} = \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$$

$$\text{Hacim} = \text{Dik Kesit Alanı} \times \text{Yanal Ayrıt}$$

$$\text{Yanal Alan} = \text{Dik Kesit Çevresi} \times \text{Yanal Ayrıt}$$

Konu Anlatımlı Videolar, Ders Notları, Çözümlü Sorular, Çıkış Sorular, Denemeler ve daha fazlası

Türkiye'nin En Büyük ve Güncel Eğitim Sitesinde
