SAYMA YÖNTEMLERİ

1) EŞLEŞTİRME YOLUYLA SAYMA :

Bir kümenin eleman sayısını, sayma sayıları kümesinin elemanlarıyla bire bir eşleyerek bulmaya eşleme yoluyla sayma denir.

2) TOPLAMA YOLUYLA SAYMA :

Sonlu ve ayrık A ve B kümelerinin birleşimlerinin eleman sayısı bulmaya toplama yoluyla sayma yöntemi denir.
Yani,
s(AUB) = s(A) + s(B) dir. (A VEYA B)

Örnek...1 :

Ece 3 mavi, 2 pembe ve 5 yeşil gömlek arasından 1 gömleği kaç farklı şekilde seçebilir?

Örnek...2 :

10 farklı kalem ve 5 farklı silgiden, 1 kalem VEYA 1 silgiyi kaç farklı yolla alabiliriz.

Örnek...3 :

Bir sınıfta 23 kız öğrenci ve 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Bu sınıftan bir sınıf başkanı kaç farklı şekilde seçilebilir?

3) ÇARPMA YOLUYLA SAYMA :

x farklı biçimde gerçekleşen bir işleme bağlı olarak, ikinci bir işlem y farklı biçimde gerçekleşiyorsa, bu iki işlemin birlikte gerçekleşme sayısı x.y dir. Bu işlem ikiden fazla adımdan oluşan işlemler için genellenebilir.
Bu şekilde yapılan sayma işlemine çarpma yoluyla sayma denir.
(AxB kümesinin elemanları olan (x, y) sıralı ikililerinin sayısı s(A) =a ve s(B)=b olmak üzere a.b adet olur.)

Örnek...4 :

Sınıfları 25 kişiden oluşan olan bir okulun, 20 sınıfı var ise okulun öğrenci sayısı kaçtır?

Örnek...5 :

Bir kırtasiyedeki 3 farklı kalem ve 2 farklı silgiden, 1 kalem ve 1 silgiyi almak istiyoruz. Bir ağaç diyagramı üzerinde oluşacak durumları gösteriniz. En çok kaç farklı şekilde işlemi yapabiliriz?

FAKTÖRİYEL

n bir doğal sayı olmak üzere,
1 den n' ye kadar (n dahil) bütün sayma sayılarının çarpımına **“n faktöriyel”** denir ve **n!** şeklinde gösterilir.
Bu tanıma göre,

$1! = 1$

$2! = 1.2 = 2$

$3! = 1.2.3 = 6$

$4! = 1.2.3.4 = 24$ olur.

Tanım gereği, 0 ! = 1 olarak alınır.

ÖZELLİK

$n! = n.(n-1)!$ $(5! = 5.4!)$

$n! = n.(n-1).(n-2)!$ $(5! = 5.4.3!)$

$n! = n.(n-1).(n-2).(n-3)!$ olur.

Örnek...6 :

$4! \cdot n = 6!$ eşitliğinde n kaçtır?

Örnek...7 :

$\frac{10!}{7!.3!} = n$ eşitliğinde n kaçtır?

Sayma konusuna katkıları için araştırınız
Sâbit İbn Kurrâ

DEĞERLENDİRME – 1

1) 6 matematik ve 4 fizik kitabı arasından, 1 kitap kaç farklı şekilde seçilebilir?

2) 6 erkek ve 4 kadın arasından, 1 erkek veya 1 kadın kaç farklı şekilde seçilebilir?

3) 6 erkek ve 4 kadın arasından, 1 erkek ve 1 kadın kaç farklı şekilde seçilebilir?

4) 10 kişilik bir gruptan önce bir başkan, sonra bir başkan yardımcısı ve sonra da sekreter seçilecektir.
Bu seçim kaç değişik biçimde yapılabilir?

5) 7 katlı bir binanın zemin katından 4 kişi, asansöre binecektir. Her katta en çok bir kişi inmek koşuluyla bu 4 kişi asansörden kaç farklı şekilde inebilir?

6) Üç kişi, tiyatrodaki 7 koltuğa kaç farklı biçimde oturabilir?

7) Yedi kişi, tiyatrodaki 3 koltuğa kaç farklı biçimde oturabilir?

8) Basamaklarındaki rakamları farklı olan 500 den küçük 3 basamaklı kaç sayı vardır?

9) 7056 sayısının rakamları kendi aralarında yer değiştirirse kendisi hariç 4 basamaklı kaç çift sayı elde edilebilir?

10) A kenti ile B kenti arasında 5 farklı yol, B kenti ile C kenti arasında 3 farklı yol vardır. B kentine uğramak koşuluyla,

a) A' dan C' ye kaç farklı yoldan gidebilir?

b) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

c) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu gittiği yolu, dönerken kullanmamak koşulu ile kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

d) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu gittiği yolları, dönerken kullanmamak koşulu ile kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

YANITLAR:
1)10 2)10 3)24 4)720 5)360 6)210 7)210 8)288 9)9
10) a)15 b)225 c)210 d)120

DEĞERLENDİRME – 2

1) 3 farklı mektup 5 farklı posta kutusuna atılacaktır.

a) Her mektup farklı posta kutusuna atılacaksa, kaç değişik biçimde atılır?

b) Mektupların farklı kutulara atılma zorunluluğu yoksa, mektuplar kaç değişik biçimde atılır?

2) 1, 2, 3, 4, 5 rakamlarından, kullanılan bir daha kullanılmamak koşuluyla 3 basamaklı sayılar yazılacaktır?

a) Kaç sayı yazılabilir?

b) Kaç tane çift sayı yazılabilir?

c) Kaç tane 400 den küçük sayı yazılabilir?

d) Kaç tanesinin ilk ve son rakamı tektir?

3) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak tekrarsız dört basamaklı sayılar yazılacaktır.

a) Kaç sayı yazılabilir?

b) Kaç tane tek sayı yazılabilir?

c) Kaç tane çift sayı yazılabilir?

d) 25 ile bölünebilen kaç tane sayı yazılabilir?

4) A = { a, b, c, d, e, f, g } kümesinin elemanları kullanılarak anlamlı veya anlamsız 4 harfli

a) Kaç değişik kelime türetilebilir?

b) Sesli bir harf ile başlayıp, sesli bir harfle biten harfleri farklı kaç değişik kelime türetilebilir?

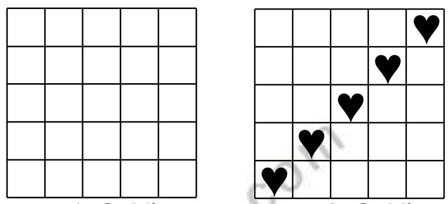
c) Her harf bir defa kullanılmak şartıyla, sesli bir harfle başlayıp sessiz bir harfle biten kaç değişik kelime türetilebilir?

d) İçinde a' nın mutlaka bulunduğu kaç değişik kelime türetilebilir?

e) a ile başlayıp d ile bitmeyen kaç değişik kelime türetilebilir?

f) e ile başlayıp f ile biten tekrarsız kaç değişik kelime yazılabilir?

5)



1. Şekil 2. Şekil

5x5 lik 1. şekil üzerinde her satır ve her sütuna yalnızca bir sembol çizilerek 2. şekildeki gibi desenler oluşturuluyor. Buna göre, en fazla kaç farklı desen oluşturulabilir?

YANITLAR:
1)a)60 b)125 2)a)60 b)24 c)36 d)18 3)a)720 b)300 c)420 d)36 4)a)840 b)40 c)200 d)480 e)100 f)20 5)120

SAYMA YÖNTEMLERİ

1) EŞLEME YOLUYLA SAYMA :

Bir kümenin eleman sayısını, kümenin elemanlarını sayma sayıları kümesinin elemanlarıyla bire bir eşleyerek bulma işlemine eşleme yoluyla sayma denir.

2) TOPLAMA YOLUYLA SAYMA :

Sonlu ve ayrık A ve B kümelerinin birleşimlerinin eleman sayısını bulmaya toplama yoluyla sayma yöntemi denir.
Yani,
$s(AUB) = s(A) + s(B)$ dir. (A VEYA B)

Örnek...1 :

Ece 3 mavi, 2 pembe ve 5 yeşil gömlek arasından 1 gömleği kaç farklı şekilde seçebilir?

Örnek...2 :

10 farklı kalem ve 5 farklı silgiden, 1 kalem ya da 1 silgiyi kaç farklı yolla alabiliriz.

Örnek...3 :

Bir sınıfta 23 kız öğrenci ve 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Bu sınıftan bir sınıf başkanı kaç farklı şekilde seçilebilir?

3) ÇARPMA YOLUYLA SAYMA :

x farklı biçimde gerçekleşen bir işleme bağlı olarak, ikinci bir işlem y farklı biçimde gerçekleşiyorsa, bu iki işlemin birlikte gerçekleşme sayısı x.y dir.
Burada yapılan işlem ikiden fazla adımdan oluşan işlemler için genellenebilir.
Bu şekilde yapılan sayma işlemine çarpma yoluyla sayma denir.
(AxB kümesinin elemanları olan (x, y) sıralı ikililerinin sayısı s(A) =a ve s(B)=b olmak üzere a.b adet olur.)

Örnek...4 :

Sınıfları 25 kişiden oluşan olan bir okulun, 20 sınıfı var ise okulun öğrenci sayısı kaçtır?

Örnek...5 :

Bir kırtasiyedeki 3 farklı kalem ve 2 farklı silgiden, 1 kalem ve 1 silgiyi almak istiyoruz. Bir ağaç diyagramı üzerinde oluşacak durumları gösteriniz. En çok kaç farklı şekilde işlemi yapabiliriz?

FAKTÖRİYEL

n bir doğal sayı olmak üzere,
1 den n' ye kadar (n dahil) bütün sayma sayılarının çarpımına **"n faktöriyel"** denir ve **n!** şeklinde gösterilir.
Bu tanıma göre,

$1! = 1$
$2! = 1.2 = 2$
$3! = 1.2.3 = 6$
$4! = 1.2.3.4 = 24$ olur.

Tanım gereği, 0 ! = 1 olarak alınır.

ÖZELLİK

$n! = n.(n-1)!$ ($5! = 5.4!$)

$n! = n.(n-1).(n-2)!$ ($5! = 5.4.3!$)

$n! = n.(n-1).(n-2).(n-3)!$ olur.

Örnek...6 :

$4!\cdot n = 6!$ eşitliğinde n kaçtır?

Örnek...7 :

$\frac{10!}{7!.3!} = n$ eşitliğinde n kaçtır?

Sayma konusuna katkıları için araştırınız
Sâbit İbn Kurrâ

DEĞERLENDİRME – 1

1) 6 matematik ve 4 fizik kitabı arasından, 1 kitap kaç farklı şekilde seçilebilir?

2) 6 bay ve 4 bayan arasından, 1 erkek ya da 1 bayan kaç farklı şekilde seçilebilir?

3) 6 bay ve 4 bayan arasından, 1 bay ve 1 bayan kaç farklı şekilde seçilebilir?

4) 10 kişilik bir gruptan önce bir başkan, sonra bir başkan yardımcısı ve sonra da sekreter seçilecektir.
Bu seçim kaç değişik biçimde yapılabilir?

5) Zemin katı hariç 7 katı bulunan bir binanın zemin katından 4 kişi, asansöre binecektir. Her katta en çok bir kişi inmek koşuluyla bu 4 kişi, zemin katı dışında, asansörden kaç farklı şekilde inebilir?

6) Üç kişi, tiyatrodaki her biri tek kişilik olan 7 koltuğa, en çok kaç farklı biçimde oturabilir?

7) Yedi kişi, tiyatrodaki her biri tek kişilik olan 3 koltuğa, en çok kaç farklı biçimde oturabilir?

8) Basamaklarındaki rakamları farklı olan, 500 den küçük 3 basamaklı en çok kaç sayı vardır?

9) 7056 sayısının rakamları kendi aralarında yer değiştirirse kendisi hariç 4 basamaklı en çok kaç çift sayı elde edilebilir?

10) A kenti ile B kenti arasında 5 farklı yol, B kenti ile C kenti arasında 3 farklı yol vardır.
B kentine uğramak koşuluyla,

a) A' dan C' ye kaç farklı yoldan gidebilir?

b) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

c) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu gittiği yolu, dönerken kullanmamak koşulu ile kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

d) A' dan C' ye gidip geri dönen yolcu gittiği yolları, dönerken kullanmamak koşulu ile kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

DEĞERLENDİRME – 2

1) 3 farklı mektup 5 farklı posta kutusuna atılacaktır.

a) Her mektup farklı posta kutusuna atılacaksa, en çok kaç değişik biçimde atılır?

b) Mektupların farklı kutulara atılma zorunluluğu yoksa, mektuplar en çok kaç değişik biçimde atılır?

2) 1, 2, 3, 4, 5 rakamlarından, kullanılan bir daha kullanılmamak koşuluyla 3 basamaklı sayılar yazılacaktır?

a) En çok kaç sayı yazılabilir?

b) En çok kaç tane çift sayı yazılabilir?

c) 400 den küçük en çok kaç tane sayı yazılabilir?

d) En çok kaç tanesinin ilk ve son rakamı tektir?

3) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak tekrarsız dört basamaklı sayılar yazılacaktır.

a) En çok kaç sayı yazılabilir?

b) En çok kaç tane tek sayı yazılabilir?

c) En çok kaç tane çift sayı yazılabilir?

d) 25 ile bölünebilen kaç tane sayı yazılabilir?

4) A = { a, b, c, d, e, f, g } kümesinin elemanları kullanılarak anlamlı veya anlamsız 4 harfli

a) En çok kaç değişik kelime türetilebilir?

b) Sesli bir harf ile başlayıp, sesli bir harfle biten harfleri farklı kaç değişik en çok kaç kelime türetilebilir?

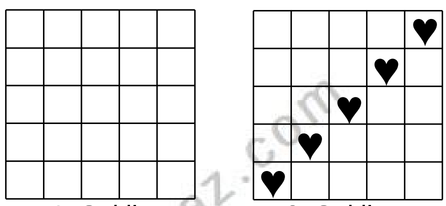
c) Her harf en çok bir defa kullanılmak şartıyla, sesli bir harfle başlayıp sessiz bir harfle biten en çok kaç değişik kelime türetilebilir?

d) İçinde a' nın mutlaka bulunduğu en çok kaç değişik kelime türetilebilir?

e) a ile başlayıp d ile bitmeyen en çok kaç değişik kelime türetilebilir?

f) e ile başlayıp f ile biten tekrarsız en çok kaç değişik kelime yazılabilir?

5)



1. Şekil 2. Şekil

5x5 lik 1. şekil üzerinde her satır ve her sütuna yalnızca bir ♥ sembolü çizilerek 2. şekildeki gibi desenler oluşturuluyor. Buna göre, en çok kaç farklı desen oluşturulabilir ?

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

Birbirinden farklı n tane nesnenin r tanesinin farklı her dizilişine (sıralanışına) n nesnenin r li permütasyonları denir ve

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!} \quad (r \leq n)$$

biçiminde gösterilir.

n elemanlı, sonlu bir A kümesinin bütün elemanlarının permütasyonlarının sayısı

$P(n, n) = n!$ dir.

Not

Sıralama kavramı taşıyan ifadeler saymanın temel ilkesi ya da permütasyondur.

Permütasyonun tanımından anlaşılabileceği gibi, birbirinden farklı dizilişler permütasyonla çözülebilir.

Permütasyonla çözülebilen her problem saymanın temel ilkesi ile çözülebilir.

Örnek...1 :

A = { a, b, c } kümesinin elemanlarının bütün permütasyonlarını yazınız.

Örnek...2 :

$P(n, 3) = 720$ ise n değeri kaçtır?

Örnek...3 :

$P(n+3, 2) = 72$ ise $P(n, n)$ kaçtır?

Örnek...4 :

$4.P(n, 2) = P(2n, 2) - 22$ ise n değeri kaçtır?

Örnek...5 :

A = { a, b, c, d, e, f } kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde,

a) a harfi bulunur?

b) c bulunmaz fakat a bulunur?

c) a veya c bulunur?

d) a ya da c bulunur?

Örnek...6 :

A ={1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını kullanarak üç basamaklı, rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

Örnek...7 :

5 arkadaş yan yana durarak fotoğraf çektirecektir. Bu arkadaşlar kaç değişik poz verebilir?

Örnek...8 :

4 kız ve 4 erkek, aynı cinsiyetten iki kişi arka arkaya olmamak üzere, en çok kaç farklı kantin sırası oluşturabilir ?

Örnek...9 :

Aynı türün kitapları birbirinden farklı olmak üzere ,3 edebiyat, 5 felsefe ve 7 tarih kitabı bir rafa yan yana en çok kaç farklı şekilde dizilebilir?

Örnek...10 :

Kalınlıkları farklı 6 kitap bir rafa yan yana dizilecektir.

a) En çok kaç değişik biçimde dizilebilirler?

b) En ince 2 kitap yan yana gelecek biçimde en çok kaç değişik şekilde dizilebilirler?

c) En ince 2 kitap yan yana gelmeyecek biçimde en çok kaç değişik şekilde dizilebilirler?

Örnek...11 :

Aynı türün kitapları birbirinden farklı olan 4 matematik, 5 fizik ve 3 kimya kitabı bir rafa
a) En çok kaç farklı biçimde sıralanabilir?

b) Matematik kitapları yan yana olmak üzere en çok kaç biçimde sıralanabilir?

c) Aynı tür kitaplar yan yana olmak üzere kaç farklı biçimde sıralanabilir?

Örnek...12 :

4 portre ile 6 natürmort resim bir sergide yan yana olacak şekilde aynı duvara asılacaktır. Portrelerin herhangi ikisinin yan yana gelmemesi koşuluyla resimler en çok kaç farklı şekilde sergilenebilir?

Örnek...13 :

A ={1,2,3,4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek rakamları farklı beş basamaklı sayıların en çok kaç tanesinde 3 rakamı 5 rakamının solunda bulunur?

Örnek...14 :

A={1,2,3,4,5,6}
kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan üç basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse 452 baştan kaçıncı sırada olur?

DEĞERLENDİRME – 1

1) $P(n,4) = 30 \cdot P(n,2)$ eşitliğini sağlayan n kaçtır?

2) Yedi kişinin katıldığı 100 metre yarışında ilk 3 derece en çok kaç farklı şekilde oluşabilir?

3) Batuhan, Buğra,İlker, Meltem ve Alitamer 5 kişilik bir sıraya.

a) En çok kaç farklı biçimde oturabilirler?

b) Batuhan ile Meltem yan yana olmak üzere en çok kaç değişik biçimde oturabilirler?

4) A = {1, 2, 3, 4, 5,6,7} kümesinin üçlü permütasyonlarının en çok kaç tanesinde 3 bulunur 5 bulunmaz?

5) Selin ile Merve'nin de aralarında bulunduğu n kişi düz bir sıraya oturacaklardır. Selin ile Merve'nin yan yana olmadığı en çok 480 farklı dizilim olduğuna göre, n kaçtır?

6) 5 kız, 3 erkek öğrenci bir sırada yan yana dizilecektir. Kızlar kendi aralarında, erkekler kendi aralarında da ayrılmamak koşuluyla en çok kaç farklı biçimde dizilebilirler?

7) 4 Matematik öğretmeni ve 4 Fizik öğretmeni aynı dersin öğretmenleri yan yana gelmemek koşuluyla en çok kaç farklı şekilde düz bir sıra halinde fotoğraf çektirebilirler?

8) Burak , Ceyda ve Meltem'in de aralarında bulunduğu 7 kişilik bir kantin sırasında

a) Burak en çok kaç durumda Ceyda'nın önündedir?

b) Burak en çok kaç durumda Ceyda'nın önünde ama Meltem'in arkasında olabilir?

9) A={0,1,2,3,4,5,6} kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan dört basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse baştan 360.sayı kaç olur?

10) A ={1,2,3,4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek beş basamaklı sayıların en çok kaç tanesinde asal rakamlar soldan sağa artan sırada bulunur?

11) 1,2,3,4,5,6,7 sayılarıyla en az iki basamağındaki sayılar aynı olan 4 basamaklı en çok kaç farklı sayı yazılır?

12) "salih" kelimesinin harfleri yer değiştirilerek 5 harfli kelimeler yazılırsa silah kelimesi alfabetik sırada baştan kaçıncı olur?

(ahils 1. sıradadır)

TEKRARLI (YİNELEMELİ) PERMÜTASYON

n tane nesneden bazılarının yer değiştirmesi, nesnelerin bazıları özdeşse farklı bir sıralanma oluşturmayabilir.

Örneğin ADA kelimesinin harflerinin yerleri değişmesi sonucu 6 farklı sıralama yerine 3 farklı sıralama elde edilir.

n nesnenin n_1 tanesi 1. çeşitten, n_2 tanesi 2.çeşitten, n_3 tanesi 3. çeşitten n_k tanesi de k. çeşitten olsun. $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ olmak üzere bu n nesnenin permütasyonlarının (dizilişlerinin) sayısı $\dfrac{n!}{n_1!.n_2!...n_k!}$ dir.

Örnek...1 :

Aynı renkten olan bilyeler özdeş olmak üzere, 3 mavi, 4 kırmızı ve 5 yeşil kalem bir sırada yan yana en çok kaç farklı biçimde dizilir?

Örnek...2 :

"MATEMATİK" sözcüğündeki harfler yer değiştirildiğinde, anlamlı ya da anlamsız 9 harfli en çok kaç değişik kelime yazılır ?

Örnek...3 :

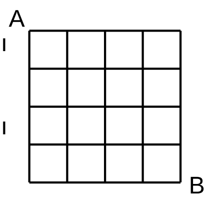
8,7,7,6,6,3 rakamları ile 6 ile başlayıp 3 ile biten
a) 6 basamaklı en çok kaç sayı yazılabilir?
b) 5 basamaklı en çok kaç sayı yazılabilir?

Örnek...4 :

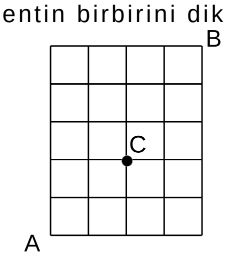
BEMBEYAZ kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek yazılabilen anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kelimelerin en çok kaç tanesinde B harflerinden sonra E harfleri gelir? (B ve E harfleri arasına başka harf girmiyor)

Örnek...5 :

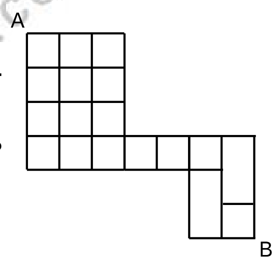
Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?



ii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A dan yola çıkan bir kişi, C'ye uğramak koşuluyla, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

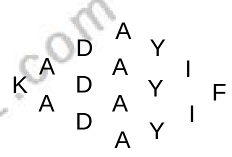


iii) Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
A'dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan en çok kaç farklı şekilde gidebilir?



SAYMA VE OLASILIK-3
TEKRARLI PERMÜTASYON

Örnek...6 :
Soldaki K harfinden başlayıp komşu harfleri takip ederek sağdaki F harfiyle bitecek şekilde “kadayıf” kelimesi en çok kaç farklı şekilde okunabilir?



Örnek...7 :
Bir para 8 kez atıldığında üçünün tura olduğu en çok kaç farklı durum vardır?

Örnek...8 :
32002423 sayısının rakamlarının yeri değiştirilerek 8 basamaklı
a) en çok kaç sayı yazılabilir?

b) en çok kaç farklı tek sayı yazılabilir?

c) en çok kaç farklı çift sayı yazılır?

Örnek...9 :
1,2,3,4,5,6,7 rakamlarıyla yazılacak 7 basamaklı rakam tekrarsız sayıların en çok kaç tanesinde çift sayılar soldan sağa artan sıradadır.

Örnek...10 :
5 özdeş oyuncak üç çocuğa
a) en çok kaç farklı biçimde verilebilir?

b) her çocuk en az bir oyuncak alacak şekilde oyuncaklar en çok kaç farklı biçimde verilebilir?

Örnek...11 :
Bir pastanede 5 çeşit pasta bulunmaktadır 10 tane pasta almak isteyen biri her çeşitten en az bir tane almak koşuluyla en çok kaç farklı seçim yapabilir?

Örnek...12 :
Rakamları toplamı 8 olan kaç farklı 3 basamaklı sayı vardır?

KOMBİNASYON

n tane nesnenin r tanesinin seçimine n elemanın r li kombinasyonları denir ve $C(n,r)$ veya $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

$$C(n;r)=\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!.r!} \qquad (r\leqslant n)$$

1) $\binom{n}{n}=\binom{n}{0}=1$

2) $\binom{n}{n-1}=\binom{n}{1}=n$

3) $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

4) $\binom{n}{a}=\binom{n}{b}$ ise $a=b$ ya da $a+b=n$ dir.

5) $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n$

6) $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}=\binom{n+1}{r+1}$

7) $P(n;r)=C(n;r).r!$

Örnek...1 :

A = { x, y, z} kümesinin 2 elemanlı kombinasyonları ile 2 elemanlı permütasyonlarını karşılaştırınız.

Örnek...2 :

$\binom{n}{2}=3.\binom{n}{n-1}$ olduğuna göre, n kaçtır?

Örnek...3 :

$\binom{n}{3}=\binom{n}{6}$ olduğuna göre, n kaçtır?

Örnek...4 :

$\binom{8}{3}=\binom{8}{n-1}$ ise n' nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

Örnek...5 :

$$\binom{7}{5}+\binom{7}{6}+\binom{8}{7}+\binom{9}{8}+\binom{10}{9}+\binom{11}{10}$$

toplamının sonucu kaçtır?

Örnek...6 :

$$\binom{x}{4}+\binom{x}{5}+\binom{x+1}{6}=\binom{15}{y}$$

ise x+y kaç olabilir?

Örnek...7 :

A = { x, y, z, t } kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

Örnek...8 :

7 elemanlı bir kümenin en çok 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

Örnek...9 :

9 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

Örnek...10 :
7 kişi arasından en az 3 kişilik kaç komisyon oluşturulabilir?

Örnek...11 :
A = {a, b, c, d, e, f} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde

i) b bulunur?

ii) c bulunmaz?

iii) b bulunur, c bulunmaz?

iv) b ve c bulunur?

v) b veya c bulunur?

vi) b ya da c bulunur?

Örnek...12 :
Bir öğrenciden 10 soruluk bir sınavda 6 soruyu yanıtlaması isteniyor. İlk 4 sorudan en az 3 tanesini yanıtlamak zorunda ise bu öğrenci kaç farklı biçimde yanıt verebilir?

Örnek...13 :
Bir okulda 6 seçmeli dersten 2 tanesi aynı saatte okutulmaktadır. 3 ders seçmek isteyen bir öğrenci kaç değişik biçimde seçim yapabilir?

Örnek...14 :
a, b, c, d, e, t harfleri ile biri sesli ikisi sessiz, 3 farklı harfli kaç sözcük oluşturulabilir?

Örnek...15 :
8 öğrenci arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir. Bir başkan ve üç üyeden oluşan bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

Örnek...16 :
Bir otelde iki yataklı bir, üç yataklı iki oda boştur. 8 kişi bu odalara kaç farklı biçimde yerleştirilebilir?

Örnek...17 :
a>b>c olmak koşulu ile kaç farklı üç basamaklı (abc) sayısı yazılabilir?

DEĞERLENDİRME – 1

1) $\binom{12}{2}+\binom{12}{3}+\binom{13}{4}+\binom{14}{5}=?$

2) 6 kız ve 5 erkek arasından 2 si kız 3 ü erkek 5 kişilik bir grup kızlar ayrılmamak koşuluyla yuvarlak bir masada kaç farklı şekilde yemek yiyebilir?

3) A = {a, b, c, d, e} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde

i) b veya c bulunur?

ii) b ya da c bulunur?

iii) c veya d bulunmaz?

4) a<b<c olmak koşulu ile, en çok kaç farklı üç basamaklı (abc) sayısı yazılabilir?

5) Bir toplantıda bulunan 20 kişiden herbiri diğerleriyle tam olarak bir kez tokalaştığına göre, toplam kaç farklı tokalaşma gerçekleşir?

6) 5 elemanlı alt kümeleri ile 6 elemanlı alt kümeleri birbirine eşit olan bir kümenin 10 elemanlı alt kümeleri sayısı kaçtır?

7) 10 kişilik bir grupta A ve B kişileri birlikte aynı takımda oynamak istediklerine göre, 5 kişilik kaç farklı takım oluşturulabilir?

8) Farklı 6 tane oyuncak iki kardeşe her birine en az bir tane vermek koşuluyla en çok kaç değişik şekilde verilebilir?

ŞEKİLLİ KOMBİNASYON SORULARI

ÖZELLİK 1

Herhangi üçü doğrusal olmayan n noktadan en fazla $\binom{n}{2}$ tane doğru geçer.

Örnek...18 :

Bir çember üzerinde bulunan 9 noktadan en fazla kaç doğru geçer?

ÖZELLİK 2

Herhangi üçü doğrusal olmayan n noktadan en fazla $\binom{n}{3}$ tane üçgen oluşabilir.

Örnek...19 :

Bir çember üzerinde bulunan 8 noktayı köşe kabul eden en fazla kaç üçgen çizilebilir?

ÖZELLİK 3

Herhangi ikisi paralel olmayan n doğru en fazla $\binom{n}{2}$ tane noktada kesişir.

Örnek...20 :

Bir çember üzerinde bulunan 5 noktadan geçen doğrular çizildiğinde en fazla kaç kesim noktası oluşabilir?

ÖZELLİK 4

Yarıçapları aynı olmayan n tane çember en fazla $\binom{n}{2}.2$ tane noktada kesişir

Örnek...21 :

Yarıçapları farklı 4 çember en çok kaç noktada kesişebilir?

Örnek...22 :

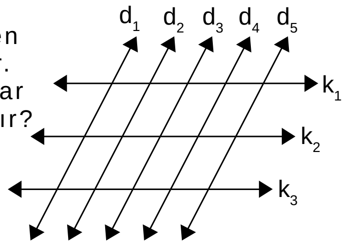
Farklı 4 elips en çok kaç noktada kesişebilir?

ÖZELLİK 5

Birbirine paralel n doğru ile bunları kesen ve birbirine paralel olan m tane doğrudan en fazla $\binom{n}{2}.\binom{m}{2}$ paralelkenar elde edilir.

Örnek...23 :

Şekilde kesişmeyen doğrular paraleldir. Oluşan paralelkenar sayısı en çok kaçtır?



Örnek...24 :

Aynı düzlem üzerinde birbirine paralel olmayan 12 doğru vardır. Buna göre,

a) Bu doğrular en fazla kaç noktada kesişir?

b) Bu doğrulardan 4ü bir noktadan geçtiğine göre, en fazla kaç noktada kesişirler?

c) Bu doğrulardan 4ü bir A noktasında, bunlardan farklı 3 tanesi de bir B noktasında kesiştiğine göre, en fazla kaç noktada kesişirler?

ÖZELLİK 6

Uzayda, üçü bir doğru üzerinde bulunmayan n nokta $\binom{n}{3}$ sayıda düzlem belirtir.

Örnek...25 :

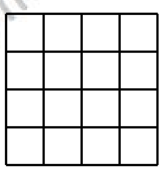
Uzayda, üçü bir doğru üzerinde bulunmayan 6 nokta kaç düzlem belirtir?

DEĞERLENDİRME – 2

1) Bir çember üzerinde bulunan 9 nokta vardır. Köşeleri bu noktalardan seçilen üçgenler içerisinden belli bir nokta tüm üçgenlerin bir köşesi ise bu şekilde kaç üçgen vardır?

2) Düzlemde bulunan 10 doğru en çok kaç noktada kesişebilirler?

3) Şekilde 1 birim karelik 16 adet kare vardır. Şekilde toplam kaç kare vardır?

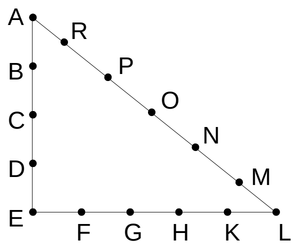


4) 5 tanesi d_1 doğrusu üzerinde, 3 tanesi d_1 doğrusuna paralel bir d_2 doğrusu üzerinde olan 8 farklı nokta kaç üçgen oluşturur?

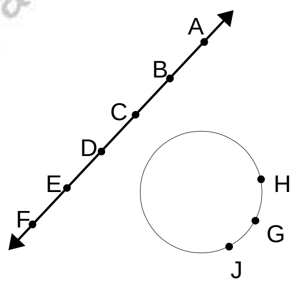
5) 8 farklı çemberin kesişmelerinden en fazla kaç nokta oluşur?

6) Farklı 4 yamuk en çok kaç noktada kesişebilir?

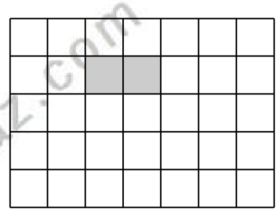
7) Şekildeki üçgen üzerinde 15 nokta vardır. Bu noktaları köşe kabul eden en fazla kaç farklı üçgen vardır?



8) Yandaki şekilde A, B,C, D, E, F bir doğru H, G, J ise bir çemberin üzerindedir. Buna göre, bu noktalar ile kaç farklı üçgen çizilebilir?

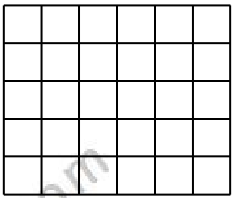


9) Şekilde taralı bölgeyi kapsayan kaç tane dikdörtgen vardır?

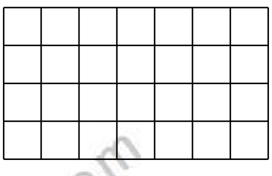


10) 5 tanesi d_1 doğrusu üzerinde, 4 tanesi d_1 doğrusuna paralel bir d_2 doğrusu üzerinde olan 9 farklı nokta kaç doğru oluşturur?

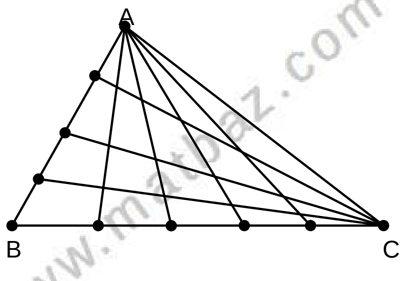
11) Şekilde 1 birim karelik 30 adet kare vardır.
Şekilde alanı 1 birim kareden büyük kaç adet dikdörtgen vardır?
(Kareler de dahil)



12) Şekil 1 birim karelerle oluşturulmuştur.
Şekilde kare olmayan kaç dikdörtgen vardır?



13) ABC üçgen ise şekildeki doğru parçaları kaç tane üçgen oluşturmuştur?



14) Bir çember üzerinde bulunan 9 noktadan geçebilecek en çok doğru sayısı yine bu noktalardan oluşturulabilecek en çok üçgen sayısından kaç azdır?

BİNOM AÇILIMI :

x, y birer reel sayı ve n doğal sayı olmak üzere,

$$(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+...+\binom{n}{n-1}ab^{n-1}+\binom{n}{n}b^n$$

eşitliğinin sağ tarafına binom açılımı denir.

Örnek...1 :

Aşağıdaki ifadeleri açarak yazınız.

$(x+y)^2=$

$(m+n)^3=$

$(k-y)^3=$

ÖZELLİKLER

$(a+b)^n$ açılımında

1) (n+1) tane terim vardır.

2) Açılım a'nın azalan b nin artan kuvvetlerine göre yazılmıştır.

Örnek...2 :

$(1 + 2x)^k$ açılımında 24 terim vardır. x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 3. terimin derecesi kaçtır?

3) Açılımda baştan (r+1). terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ dir.

Örnek...3 :

$(x+2)^{10}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terim ne olur?

Örnek...4 :

$(3x+5)^{14}$ açılımında terimleri x'in azalan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 7. terim ne olur?

Örnek...5 :

$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^9$ açılımında baştan 5. terimin katsayısı ne olur?

Örnek...6 :

$(3x-4)^{14}$ açılımında terimleri baştan 9. terimin katsayısı ne olur?

Örnek...7 :

$(x+2y)^9$ açılımında terimleri y nin artan kuvvetlerine göre sıralarsak, baştan 4. terimin katsayısı ne olur?

Örnek...8 :

$(3-2x)^8$ açılımında terimleri x^4 lü terimin katsayısı nedir?

Örnek...9 :
$(x+y)^{11}$ açılımında x^5 li terim nedir?

Örnek...10 :
$(x+2y)^{10}$ açılımında bir terim $k.x^5.y^n$ ise k+n kaçtır?

Örnek...11 :
$\left(2x+\frac{1}{x}\right)^8 = ...+k.x^4+...$ ise k kaçtır?

Örnek...12 :
$\left(3x-\frac{1}{x}\right)^{12} = ...+k+...$ ise k kaçtır? (k x den bağımsızdır)

4) $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$ olduğu için baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin katsayıları eşittir.

5) Katsayılar toplamını bulmak için tüm değişkenler yerine 1 yazılır. Sabit terimi bulmak için yazılabildiği durumda değişkenler yerine 0 yazılır; yazılamadığı durumlarda ise terim açılımında kuvveti 0'a eşitleriz.

Örnek...13 :
$(5x-2y)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

Örnek...14 :
$(5x-2y-z)^6$ nin açılımındaki katsayılar toplamı nedir?

Örnek...15 :
$(x+y+2)^8$ nin açılımındaki sabit terim nedir?

Örnek...16 :
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılımında sabit terim ne olur?

Örnek...17 :
$\left(3x^2-\frac{1}{2x}\right)^9$ açılımında sabit terim ne olur?

6) $(a+b)^n$ ifadesinin açılımında bir terimin sondan terim numarası ile baştan terim numarası toplamı (n+2) olur.
Sondan terimler sorulduğunda terimlerin yerleri değiştirilerek de sorunun çözümü düşünülebilir

Örnek...18 :

$(2x+1)^{13}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 3. terim ne olur?

Örnek...19 :

$\left(x^3-2y\right)^{10}$ ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 7. terim ne olur?

7) n=2k ise açılımda ortanca terim vardır.

Örnek...20 :

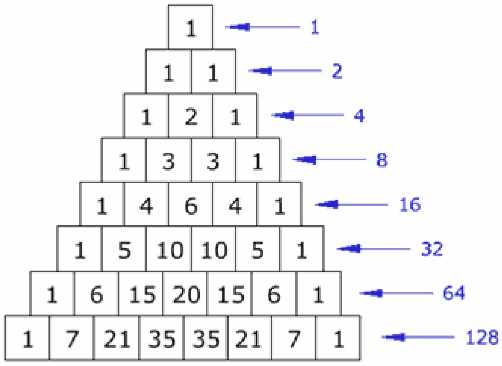
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{16}$ açılınca ortadaki terimin katsayısı ne olur?

Örnek...21 :

$\left(x^2-3y\right)^{8}$ ifadesi açıldığında ortadaki terim kaçtır?

8) $(a+b)^n$ nin açılımındaki katsayılar kombinasyon yerine pascal üçgeni kullanılarak da bulunabilir.

PASCAL ÜÇGENİ



Yukarıdaki Pascal üçgeninden yararlanarak aşağıdaki ifadelerin açılımlarının katsayılarını yazabiliriz.

$(x+y)^0=1$ (Piramitin tepesindeki sayı)
$(x+y)^1=1.x+1.y$ (Piramitin 2. satır sayıları)
$(x+y)^2=1.x^2+2.xy+1.y^2$ (Piramitin 3. satır sayıları)
$(x+y)^3=1.x^3+3.x^2y+3.xy^2+1.y^3$
$(x+y)^4=1.x^4+4.x^3y+6.x^2y^2+4.xy^3+1.y^4$

Örnek...22 :

$(2x + y)^4$ ifadesinin açık şeklini Pascal üçgenini kullanarak yazınız.

Örnek...23 :

$y=x^3+6x^2+12x+12$

olduğuna göre, x in y türünden eşitini bulunuz

Örnek...24 :

$y=x^4+8x^3+24x^2+32x+13$

olduğuna göre, x in y türünden eşitini bulunuz

DEĞERLENDİRME

1) $(x-2y)^n$ ifadesinin açılımda terim sayısı 8 ise katsayılar toplamı kaçtır?

2) $(2x-1)^{10}$ açılımında baştan 6. terimin kat sayısının sondan 3. terimin katsayısına oranı kaçtır?

3) $(x-y)^{10}$ açılımı x in artan kuvvetlerine göre düzenlendiğinde baştan 3. terimin katsayısının sondan 4. terimin katsayısına oranı kaçtır?

4) $(3x-2y)^9 = \ldots + A.x^k.y^t + \ldots$ ise k+t kaçtır?

5) $\left(2x^3-\frac{3}{2x}\right)^8$ açılımı yapıldığı sabit terim kaç olur?

6) $\binom{x}{6}+\binom{x}{7}=\binom{13}{6}$ ise $\binom{x}{0}+\binom{x}{1}.9+\binom{x}{2}.9^2+\ldots+\binom{x}{x}9^x$ sayısı kaç basamaklıdır?

7) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{10}$ açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?

8) $\left(\frac{x^3.y-x.y^3}{xy^2}\right)^8 = \ldots + A.x^k.y^6$ ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

9) $\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt{2}\right)^{20} = a+b\cdot\sqrt{2}+c\cdot\sqrt[3]{2}$ eşitliğinde a,b ve c tam sayılardır. Buna göre a kaçtır?

10) $(x+y+z)^8$ açılımında kaç tane x^4 içeren terim bulunur?

11) $(x+y+z)^8$ açılımında $x^2.y^3z^k$ lı terimin katsayısı A ise $\frac{A}{k}$ kaçtır?

SAYMA VE OLASILIK-6
OLASILIK

OLASILIK (İHTİMALLER HESABI)

Olasılık kavramı ilk önceleri şans oyunları ile başlamıştır. Örneğin bir oyunda kazanıp kazanmama, bir paranın atılmasıyla tura gelip gelmemesi gibi. Bu gün bu kavramın birçok uygulanma alanları vardır.

OLASILIK HESABININ TEMEL KAVRAMLARI

DENEY :

Tanımsızdır. Para atmak, zar atmak gibi.Tekrarlanabilen, farklı tekrarında farklı sonuçlar elde edilebilen süreçler birer deney olarak düşünülür.

ÇIKTI:

Deneyde karşılaşılabilecek her bir sonuçtur.(Örnek nokta)
Örneğin zar atıldığında 3 çıktılardan biridir.

ÖRNEK UZAY:

Bir deneyde çıkabilecek tüm sonuçların oluşturduğu kümeye , örnek uzay denir ve E ile gösterilir. Örneğin para atılması deneyinde E={Yazı, Tura} kümesidir.

Örnek...1 :

Bir madeni para atılması deneyinde çıktılar (örnek noktalar) Yazı(Y) ve Tura (T) ve örnek uzay E ={Y,T},
bir zar atma deneyinde çıktılar 1,2,3,4,5,6 ve örnek uzay E={ 1,2,3,4,5,6} olur.

4.OLAY :

Örnek uzayın her bir alt kümesine denir.

Örnek...2 :

Hilesiz iki zar atma deneyinin bütün çıktılarını aşağıdaki tabloya yazınız.

Tabloya göre İki zar atma deneyinde üst yüze aynı sayıların gelme olayı A olayı ise
A=

A OLAYININ TÜMLEYENİ

A olayının çıktılarının dışında kalan ve örnek uzayın diğer bütün çıktılarını içeren olaya A olayının tümleyeni denir ve A' ile gösterilir.

KESİN OLAY VE İMKANSIZ OLAY :

Boş kümeye olanaksız olay, E örnek uzayına da kesin olay denir.
Bir zar atıldığında 7 den küçük gelmesi kesin olay, 6 dan büyük gelmesi imkansız olaydır

NOT

n para atılmasında s(E)= ...

n zar atılmasında s(E)= ...

k para ve m zarın atılması deneyinde

s(E)= ...

Örnek...3 :

Farklı üç para atılıyor.

a) Örnek uzayı belirtiniz. s(E)=?

b) En çok bir paranın tura gelmesi olayını yazınız.

EŞ OLASI OLAYLAR .

Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara eş olası olaylar denir.
Örneğin bir zar atma deneyinde asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı eş olası olaylardır.

AYRIK OLAYLAR

$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B olaylarına ayrık olaylar denir.

Kısaca bir zar atıldığında tek sayı gelme olayı ile çift sayı gelme olayı gibi aynı anda gerçekleşmeyen olaylara ayrık olaylar deriz .

EŞ OLUMLU ÖRNEK UZAY

$E=\{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$ ve
$P(e_1)= P(e_2)= \ldots =P(e_n)$ oluyorsa E örnek uzayına eş olumlu örnek uzay denir.
Yani bir deneyde her bir çıktının olasılığı birbirine eşitse bu örnek uzaya eş olumlu örnek uzay denir. (deney hilesizdir)
E eş olumlu örnek uzayının bir olayı A ise A olayının olma olasılığı P(A) ile gösterilir.

$$P(A)=\frac{s(A)}{s(E)}=\frac{\text{istenen durumlar}}{\text{tüm durumlar}}$$

olacak şekilde hesaplanır.

1. $A \subset E \Rightarrow 0 \leqslant P(A) \leqslant 1$
2. $P(E) = 1$
3. $A, B \subset E$ ve $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B)=P(A)+P(B)$
4. Kesin olayın olasılığı 1, imkansız olayın olasılığı 0 dır.

Örnek...4 :

Bir zar atıldığında

a) Tek sayı gelmesi

b) Asal sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

Örnek...5 :

İki zarın birlikte atılması deneyinde

a) Toplamlarının 5 gelmesi

b) zarların aynı gelmesi

c) ikisinin de tek sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

Örnek...6 :

A = { 1,2,3,4,5,6,7 } kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp bir kutuya konuyor. Kutudan bir kart çekiliyor. Bu kartta yazılı kümenin 3 elemanlı bir küme olma olasılığı nedir?

UYARI

Eş olası olmayan durumda her bir çıktının olasılığı eşit olmak zorunda değildir.

Örnek...7 :

Hileli bir zarda bir yüzün gelme olasılığı üzerinde yazan yüzle doğru orantılıysa bu zar atıldığında 4 den büyük gelme olasılığı nedir?

UYARI

Bir olayın tümleyeni , o olayın sonuçları dışında kalan sonuçlar kümesidir.

A olayının tümleyeni A' ise

$P(A) + P(A') = P(E) = 1$ dir.

Örnek...8 :

Üç para atıldığında en az bir tura gelme ihtimali nedir?

Örnek...9 :

Bir zar atıldığında tek sayı gelmesi olayı A ve çift sayı gelme olayı B ise A ve B ayrık olaylardır.

UYARI

A ve B olayları ayrık olaylar ise

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

A ve B olayları ayrık olaylar değil ise

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

olarak hesaplanır.

Örnek...10 :

A, B ve olaylarının olasılıkları

$P(A) = \frac{1}{3},\ P(B) = \frac{1}{4},\ P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

olarak veriliyor.
İstenen olayların olasılıklarını bulunuz?

a) $P(A')$

b) $P(B')$

c) $P(A \cup B)$

d) $P(A \cap B')$

e) $P(A' \cup B')$

Örnek...11 :

Üç takımlı bir ligde karşılaşan A,B,C takımlarının şampiyon olma olasılıkları sırası ile x,2x ve 3x tir. Bu ligde A veya C nin şampiyon olma olasılığı nedir?

Örnek...12 :

Bir sınıftaki öğrencilerin 20 tanesi erkek ve 10 tanesi kızdır. Erkeklerin 5 i, kızların 6 sı mavi gözlüdür. Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin kız veya mavi gözlü olması olasılığı nedir?

DEĞERLENDİRME

1) A, B ve olaylarının olasılıkları $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ olarak veriliyor $P(A' \cap B')$ olasılığı kaçtır?

2) 34 kişilik bir sınıfda, gözlüklü kız öğrenci sayısı 12' dir. Gözlüksüz erkeklerin sayısı gözlüksüz kızların sayısının 4 katı ve erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katından 11 eksik olduğuna göre sınıftan seçilecek bir öğrencinin gözlüksüz kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

3) A = { 1,2,3,4} için AxA kümesinden seçilecek bir ikilide bileşenlerin eşit olma olasığı kaçtır?

4) Hilesiz iki zar atıldığında toplamın 7 den büyük gelme olasılığı kaçtır?

5) Hileli bir zarda bir yüzün gelme olasılığı üzerinde yazan yüzle ters orantılıysa bu zar atıldığında 4 den küçük gelme olasılığı kaçtır?

FONKSİYONLAR – 1

KAVRAM VE GÖSTERİM

KAVRAM OLARAK FONKSİYON

"Bir arabanın aldığı yol (x), zamana (t) bağlıdır."
ifadesinin denklem şeklinde yazılışı
x = v.t olur.
Bu denklemdeki t bağımsız değişken, x ise bağımlı değişkendir.
Yani zaman ilerledikçe arabanın aldığı yol değişecektir.
Buna göre, arabanın aldığı yol geçen süreye bağlı bir fonksiyondur denir.

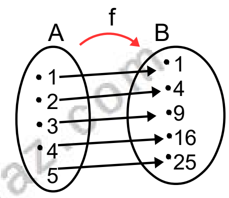
Örnek...1 :

Bir kenarı x birim olan bir karenin alanı x^2 birimkaredir.

Aşağıdaki tabloda x' in bazı değerleri için karenin alanı hesaplanmıştır.

Kenar (x)	1	2	3	4	5
Alan (x^2)	1	4	9	16	25

Buradaki ilişkiyi şema ile gösterirsek



Verilen bu şemaya göre, bağımlı ve bağımsız değişkenleri yazıp, bu kuralı fonksiyon biçiminde belirtiniz?

TANIM

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A nın her bir elemanını B nin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen ilişkiye (kurala) A dan B ye fonksiyon denir.

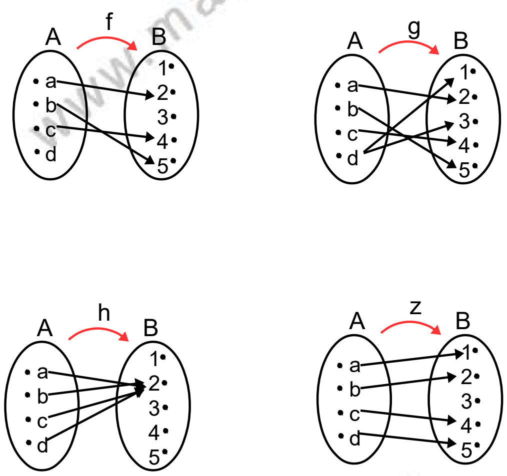
A dan B ye tanımlı bir f fonksiyonu
$\begin{array}{l} f:A\to B \\ x\to y=f(x) \end{array}$: veya $f:A\to B, y=f(x)$ biçiminde
gösterilir.

A dan B ye tanımlı f kuralının fonksiyon olması için

i) A daki her elemanın görüntüsü olmalı (A da açıkta eleman kalmamalı)
ii) A daki her elemanın yalnız bir tane görüntüsü olmalı
koşulları gerçeklenmelidir.

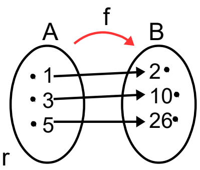
Örnek...2 :

Aşağıda A dan B ye şemaları verilen f, g, h, z eşlemelerinin fonksiyon olup olmadıklarını belirtiniz?



Örnek...3 :

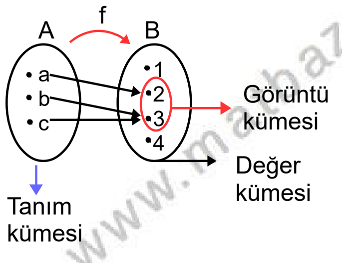
A dan B ye f fonksiyonunun şeması yanda verilmiştir.
f fonksiyonunu liste yöntemi, grafik yöntemi ile yazınız. Eşlemeyi bir kural ile yazmak istersek nasıl bir kural yazabiliriz?



$f:A\to B$ fonksiyonunda $y = f(x)$ gösteriminde x bağımsız değişkeninin f fonksiyonu ile y bağımlı değişkenine bağlandığı anlaşılır.

TANIM, DEĞER VE GÖRÜNTÜ KÜMESİ

f:A→B fonksiyonunun şeması

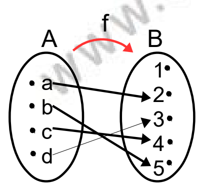


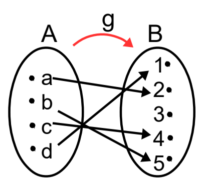
olduğuna göre,
A = {a, b, c} kümesine fonksiyonun tanım kümesi,
B = {1, 2, 3, 4} kümesine fonksiyonun değer kümesi denir.
Bu fonksiyonu liste biçiminde f={(a,2),(b,3),(c,3)} olarak da yazabiliriz.

A daki elemanların görüntülerinin kümesine görüntü kümesi denir ve f(A) ile gösterilir.
f(A) = {2, 3} tür

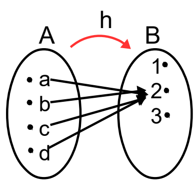
Örnek...4 :

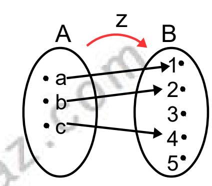
Aşağıda verilen fonksiyonların tanım (T), değer (D) ve görüntü kümelerini (G)yazınız?





T:
G:
D:



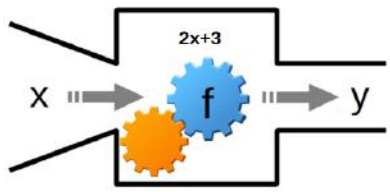


T:
G:
D:

FONKSİYON MAKİNESİ

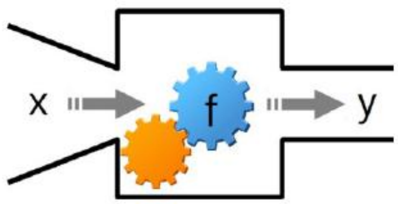
f:A→B fonksiyonunda y=f(x) gösteriminde x e girdi y ye ise çıktı denir. Bu işlemi bir fonksiyona benzetirsek

Girdi (x)	Çıktı (y)
1	5
2	7
3	
4	



Örnek...5 :

Girdi (x)	Çıktı (y)
1	6
2	11
3	16
4	21



Şekildeki fonksiyon makinesinin girdi ve çıktıları tabloda veriliyor. Buna göre f(x) in kuralı ne olabilir?

Örnek...6 :

Hangi eşlemeler fonksiyon belirtir?

1) $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$
$f(x)=x+3$

2) $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$
$f(x)=\frac{x}{2}$

3) $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Q}$
$f(x)=\frac{2x-1}{3}$

4) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$
$f(x)=\sqrt{x+3}$

UYARI

Bir fonksiyonun tanım kümesi verilmemişse bağımsız değişken seçilebilecek en geniş reel sayı kümesi düşünülür.

Örnek...7 :
$f(x) = 2x + 3$ ise $f(4)$ kaçtır?

Örnek...8 :
$f(x) = x^2+4x-7$ ise $f(0)+f(1)$ kaçtır?

Örnek...9 :
$f(2x-3) = 4 - 3x$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

Örnek...10 :
$f(x+2) = 5x - 1$ olduğuna göre, $f(6)$ kaçtır?

Örnek...11 :
$f(x^2+2x+6) = 3x^2+6x+20$ olduğuna göre, $f(-3)$ kaçtır?

Örnek...12 :
$f(x) = 3x + 1$ ise $f(2x)$ fonksiyonunun eşiti nedir?

Örnek...13 :
R' de tanımlı f fonksiyonu, $f(x) = 3x + f(x-1)$ eşitliği ile veriliyor. $f(2) = 2$ olduğuna göre, $f(5)$ değeri kaçtır?

Örnek...14 :
$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x+1) = x\cdot f(x)$ eşitliği ile veriliyor. $f(2) = 4$ olduğuna göre, $f(6)$ değeri kaçtır?

Örnek...15 :
$f(x) = x - 1$ olmak üzere, $f(x+3)$ ün $f(x)$ türünden eşitini bulunuz.

Örnek...16 :
$f(x) = 3x + 2$ olmak üzere, $f(2x-3)$ ün $f(x)$ türünden eşitini bulunuz.

Örnek...17 :
$f: A \to [0,2,5]$, $f(x)=x+3$ olduğuna göre A kümesini bulunuz

Örnek...18 :
Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima $f(a+b)=f(a).f(b)$ eşitliğini sağlar?
I. $f(x)=3x$ II. $g(x)=x^3$ III. $h(x)=3^x$

BİRİM (ÖZDEŞ) FONKSİYON

Her $x \in A$ için $f : A \to A$ fonksiyonu $f(x) = x$ ile verilmişse f fonksiyonuna birim fonksiyon denir ve $I(x)=x$ ile gösterilir.
Yani her elemanın görüntüsü birim fonksiyon altında yine kendisidir.

Örnek...19 :
$f : A \to A$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ise $f(x) = x$ fonksiyonu birim fonksiyonunun şemasını çiziniz.

Örnek...20 :
$f(x) = (a + 1)x^2 + (b - 3)x - a + b - c$ biçiminde tanımlanan $f(x)$ birim fonksiyonu için, $f(a.b.c)$ değeri kaçtır?

Örnek...21 :
$f(x^3) = (a+2)x^3 + (b - 1)x^2 + c + 2$ fonksiyonu veriliyor.
f fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, $f(a + b - c)$ kaçtır?

SABİT FONKSİYON :

$f : A \to B$ fonksiyonu için $f(A)$ görüntü kümesi tek elemanlı ise f fonksiyonuna sabit fonksiyon denir.

Yani Her $x \in A$ ve $c \in B$ için $f(x) = c$ ise f sabit fonksiyondur.
$s(A)=a$, $s(B)=b$ ise A dan B ye en çok b tane sabit fonksiyon tanımlanır.

$f(x) = ax^2 + bx+c$ sabit fonksiyon ise ; $a=0$, $b=0$ (sadece x içermeyen terimler kalır)

$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ sabit fonksiyon ise ; $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$,
(eşit dereceli terimlerin katsayıları orantılıdır)

Örnek...22 :

$A = \{-1, 0, 2, 3\}$ ve $B = \{3\}$ olmak üzere
$f : A \to B$ fonksiyonu nasıl bir fonksiyondur? Şemasını çiziniz.

Örnek...23 :

$f(x) = (a+2)x^2 + (b - 3)x + 2a - b$
fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?,

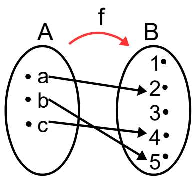
Örnek...24 :

$f(x)=\dfrac{(m-5n)x+4}{nx-2}$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $\dfrac{m}{n}$ değeri kaçtır?

FONKSİYON TÜRLERİ

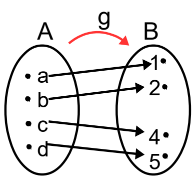
1. İçine Fonksiyon

$f : A \to B$ fonksiyonu için $f(A) \neq B$ ise f fonksiyonuna içine fonksiyon denir.
Yani değer kümesinde açıkta eleman kalıyorsa fonksiyon içinedir.



2. Örten Fonksiyon

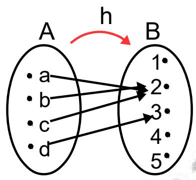
$f : A \to B$ fonksiyonu için $f(A)=B$ ise f fonksiyonuna örten fonksiyon denir. Yani değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa fonksiyon örtendir.

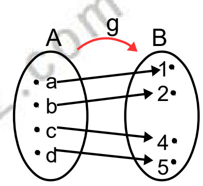


3. Bire-bir Fonksiyon

f: $A \to B$ fonksiyonu verilsin.
Her x_1 , $x_2 \in A$ ve $x_1 \neq x_2$ için $f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonuna bire–bir (1–1) fonksiyon denir.
$s(A)=a$, $s(B)=b$ ise A dan B ye en çok $P(b,a)$ birebir fonksiyon tanımlanır.

Örnek...25 :





h fonksiyonu tanım kümesinin farklı en az iki elemanını değer kümesinden aynı elemanla eşleşdiğinden bire–bir değildir. g fonksiyonu ise farklı elemanları farklı görüntülerle eşleştirdiğinden bire–birdir

Örnek...26 :

Reel sayılarda tanımlı ($f : R \to R$)
$y=f(x)=x^4$ fonksiyonu 1–1 midir? Değil ise bu fonksiyonun 1–1 hale getirlmesi için mümkün bir yol var mıdır?

DOĞRUSAL FONKSİYON

$f(x) = mx + n$ biçimindeki fonksiyona doğrusal fonksiyon denir.

Doğrusal fonksiyonların grafikleri düzlemde bir doğru belirtir.

Örnek...27 :

$f : R \to R$
$f(x)$ fonksiyonu doğrusal fonksiyon belirtmektedir. $f(0)=2$ ve $f(-1) = 5$ olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

Örnek...28 :

$f : R \to R$
$f(x) = (a+2)x^3 + (b-3)x^2 + a.bx - 2.a + 2.b - d$
eşitliği doğrusal fonksiyon belirtmektedir.
$f(-1) = 5$ olduğuna göre, $f(d)$ kaçtır?

y=f(x)=mx+n doğrusal fonksiyonunda m sayısı doğrunun eğimidir.

Örnek...29 :
En az iki elemanlı bir kümede tanımlı sabit, birim ve doğrusal fonksiyonların bire birliğini araştırınız?

TEK VE ÇİFT FONKSİYONLAR

f : A→ B olmak üzere ,tanım kümesine ait her x elemanı için

f (−x) =f (x) oluyorsa f fonksiyonuna çift fonksiyon denir.

f (−x) =−f (x) oluyorsa f fonksiyonuna tek fonksiyon denir.

Tek fonksiyonların grafikleri orjine göre, çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetriktir

Örnek...30 :
Aşağıda verilen ve gerçek sayılar kümesinde tanımlı fonksiyonların tek fonksiyon ya da çift fonksiyon olup olmadıklarını belirleyiniz.

$f(x)=x^3$, $g(x)=|x|$, $h(x)=x^2+x$

Örnek...31 :
f(x) çift bir fonksiyon ve $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$5.f(x)+2.f(-x)=3x^2+1$$

biçiminde tanımlı ise f(0) kaçtır?

Örnek...32 :
$f:[a,3]\to\mathbb{R}$ $f(x)=(m-2)x^3+(n-3)x^2+(a+n-5)x+2$
fonksiyonu çift fonksiyon ise f(a)=?

Örnek...33 :
f(x) tek bir fonksiyon ve $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$4.f(x)+2.f(-x)=3x^3+2x+k-2$$

ise f(k) kaçtır?

PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLAR

Tanım kümesinin ayrık alt aralıklarında farklı kurallarla ifade edilen fonksiyonlara parçalı tanımlı fonksiyon denir.

$$f(x)=\begin{cases} g(x), & x<a \\ h(x), & x\geq a \end{cases}$$

Örnek...34 :
$f(x)=\begin{cases} x^2+4x+2, & x<0 \\ -x-5, & x\geq 0 \end{cases}$ ise f (−3)+ f(2)=?

Örnek...35 :
Reel sayılarda $f(x)=\begin{cases} 2x & x>2 \\ x+2 & -3<x\leq 2 \\ -3 & x\leq -3 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan fonksiyon için f(2)−f(3) kaçtır?

Mutlak değer fonksiyonu da parçalı tanımlı bir fonksiyondur

$$|x| = \begin{cases} -x, & x<0 \\ x, & x>0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

Örnek...36 :
$g(x) = | x - 3 |$ fonksiyonunu parçalı biçimde yazınız?

Örnek...37 :
$g(x) = | 2x + 10 |$ fonksiyonunu parçalı biçimde yazınız

EŞİT FONKSİYONLAR

$f : A \to B$, $g : A \to B$ fonksiyonlarında her $x \in A$ için $f(x) = g(x)$ oluyorsa f ve g fonksiyonları eşittir denir ve $f = g$ yazılır.

Örnek...38 :
$A = \{0,1\}$, $B = \{1,2\}$ olmak üzere $f : A \to B$, $g : A \to B$ fonksiyonları için $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^3 + 1$ biçiminde tanımlanıyor, f ve g eşit fonksiyonlar mıdır?

DEĞERLENDİRME

1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

2) $f(2x+3) = 5x-7$ olduğuna göre, $f(-5)$ kaçtır?

3) $f(x) = 4x + 3$ ise $f(3x+2)$ fonksiyonunun eşiti nedir?

4) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x+3) = x + f(x+2)$ eşitliği ile veriliyor. $f(3) = 5$ olduğuna göre, $f(17)$ değeri kaçtır?

5) $f(x)=2^{x-1}$ olmak üzere, f(x+3) ün f(x) türünden eşitini bulunuz

6) f = {(2x−3,15), (3y,5), (4,4)}
fonksiyonu veriliyor. f fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre x.y kaçtır?

7) $f(x) = (a + 1)x^2 + (b - 3)x - a + b$ biçiminde tanımlanan f(x) sabit fonksiyonu için, f(a.b) değeri kaçtır?

8) $f(x)=\dfrac{(m+1)x^2-(n+2)x+4}{3x+5}$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, m.n değeri kaçtır?

9) $f:[p,5]\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=px^3+(r+2)x^2+2x+s-r$
fonksiyonu tek fonksiyon ise f(1) kaçtır?

10) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=(m-2)x^k+(n-3)x^3+(13-k+n)x+2$
fonksiyonu çift fonksiyon ise k+n kaçtır?

11) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{7}x^{14}-\sqrt{5}x^{10}-cx^4+8x+4$ ve
f(−3)=3 ise f(3) kaçtır?

12) Taksiyle yolculuk yapacak bir kişinin x kilometre yol gittiğinde ödediği ücret ₺ cinsinden $f(x)=\begin{cases} 2x+3{,}8, & 0<x<5 \\ x+8{,}8, & x\geq 5 \end{cases}$
fonksiyonunu ile verilmektedir. Bu taksiyle 8 km yol giden Aslı, 3 km yol giden Beril'den kaç ₺ fazla ücret öder?

13) $f(x)=\begin{cases} x+3, & x<0 \\ 2x-8, & x\geq 0 \end{cases}$ fonksiyonunu için f(x)=0
denkleminin köklerini bulunuz

FONKSİYONLARDA İŞLEMLER :

f: A→B ve g: C→D iki fonksiyon olmak üzere, $A \cap C = T$ ise

1. $\forall\ x \in T$ $f(x) \pm g(x) = (f \pm g)(x)$
2. $\forall\ x \in T$ ve $k \in \mathbb{R}$ için $k.f(x) = (k.f)(x)$
3. $\forall\ x \in T$ $f(x).g(x) = (f.g)(x)$
4. $\forall\ x \in T$ $\frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ $(g(x) \neq 0)$

olarak tanımlanmıştır.

Örnek...1 :

$f(x)=5x+2$ ve $g(x)=2-3x^2$ olmak üzere, $(3f-2g)(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek...2 :

$f:\{-2,-1,0,1,2\} \to \mathbb{R}$ $f(x)=x^2$
$g=\{-2,0,3\} \to \mathbb{R}$ $g(x)=x^3+1$ olarak veriliyor.
f+g fonksiyonunu liste biçiminde yazınız.

Örnek...3 :

$(f-g)(x)=x$, $(f+g)(x)=2x^2-3x$ ise $(f.g)(1)$ değeri kaçtır?

Örnek...4 :

$f(x)=\begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x^2 & x>1 \end{cases}$ ve $g(x)=\begin{cases} 3x-2 & x<0 \\ x-1 & x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre,

a) $(f.g)(-1)=?$ b) $\left(\frac{f}{g}\right)(6)=?$

Örnek...5 :

Reel sayılarda f fonksiyonu tek g fonksiyonu çift fonksiyonlarsa aşağıdakki fonksiyonları teklik çiftlik bakımından inceleyiniz?

a) f+g b) f.g

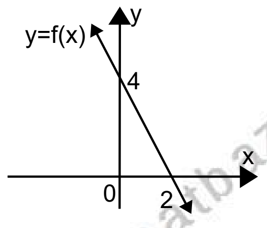
DEĞERLENDİRME

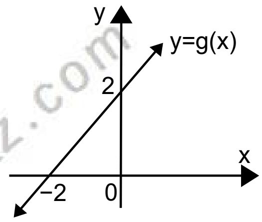
1) $f:\{-2,-1,0,1,3\} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)=2x+3$ ve $g:\{-3,0,1\} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x)=x^2-1$ olarak veriliyor. Buna göre a) g+5 fonksiyonunu b) 2f+3g fonksiyonunu liste biçiminde yazınız.

2) $f(x)=mx+2$ ve $g(x)=2-mx^2$ olmak üzere, $(f-4g)(1)=6$ ise m kaçtır?

3) $f(x)=m^2x^3+4x$ ve $g(x)=4+mx$ olmak üzere, $\left(\frac{f}{2g}\right)(1)=2$ ise m kaç olabilir?

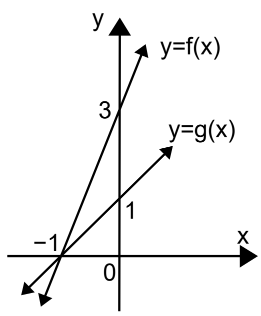
4)





Grafikleri verilen doğrusal f ve g fonksiyonları için $(kf-3g)(1)=7$ ise k kaçtır?

5) Grafikleri verilen doğrusal f ve g fonksiyonları için $(f+g)(x+3)$ fonksiyonunun g(x) türünden eşiti nedir?



DOĞRUSAL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x)=mx+n$ fonksiyonunun grafiği dik koordinat sisteminde $y=mx+n$ doğrusunun grafiğini belirtir. Bir doğrunun grafiğini çizmek için bu doğrunun geçtiği en az 2 noktaya ihtiyaç vardır. $y=mx+n$ denklemini sağlayan en az 2 tane sıralı ikili seçilip bu sıralı ikililer dik koordinat sisteminde işaretlenir ve işaretlenen noktalar bir doğru oluşturacak şekilde birleştirilip doğru çizilir.

Örnek...1 :

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x)=x+4$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek...2 :

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x)=8-\frac{x}{2}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek...3 :

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x)=-6$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek...4 :

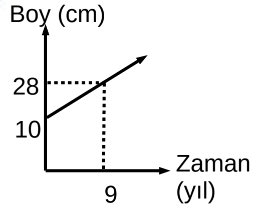
$f(x)=\begin{cases} -x, & x<0 \\ x+1 & x\geq 0 \end{cases}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek...5 :

$f(x)=\begin{cases} -2, & x<0 \\ \frac{x}{2} & 0\leq x<4 \\ x+2 & x\geq 4 \end{cases}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

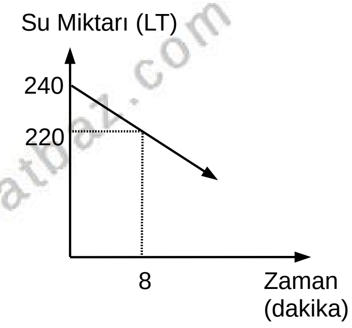
Örnek...6 :

Grafik bir bitkinin boyunun zamana göre değişimini vermektedir buna göre bitkinin boyu kaç yıl sonra 40 cm olur?



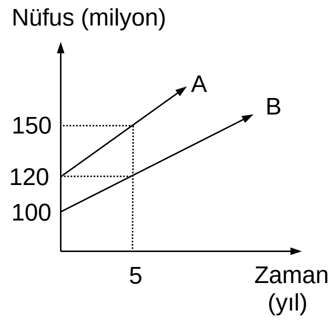
Örnek...7 :

Şekil hacmi 240 litre olan bir havuzun tabanındaki bir musluğun açılmasıyla havuzda kalan su miktarının zamana göre değişimi verilmiştir. Buna göre havuz kaç saatte boşalır?

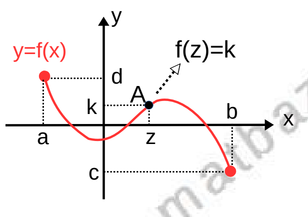


Örnek...8 :

Şekilde A ve B ülkelerinde nüfusun zaman bağlı değişimi verilmiştir buna göre bu iki ülke nüfusu arasındaki fark nüfus sayımı yapılmaya başlandıktan kaç yıl sonra 180 milyon olur?



FONKSİYON GRAFİĞİ OKUMA



(z, k) ikilisinin analitik düzlemdeki görüntüsü A noktasıdır.

► z sayısına apsis, k sayısına ise ordinat denir.

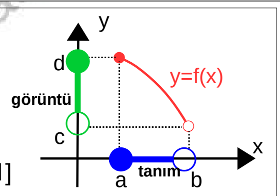
► A(z, k) noktası y = f(x) fonksiyonunun grafiği üzerinde ise f(z) = k yazılır.

► A(z, k) noktası y = f(x) fonksiyonunun grafiği üzerinde ise $f^{-1}(k) = z$ yazılır. Burada f^{-1} ifadesi f kuralının ters bağıntısıdır (10. sınıfta detaylı olarak işlenecektir) [f(x)=y , $f^{-1}(y) = x$]

► Yukarıda verilen grafikte x değerleri [a,b] aralığından seçildiği için tanım kümesi [a,b] , görüntü kümesi ise [c,d] kümesidir.

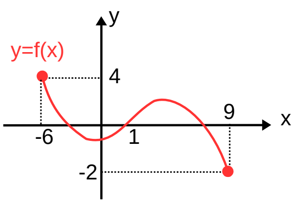
Tanım Kümesi : [a,b)

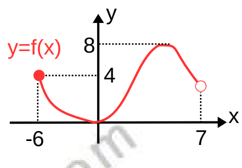
Görüntü Kümesi : (c,d]



Örnek...9 :

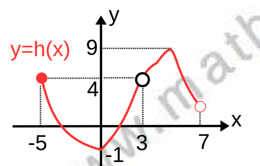
Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini yazınız

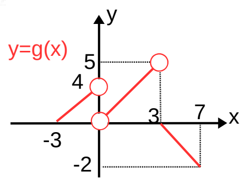




T.K.

G.K.



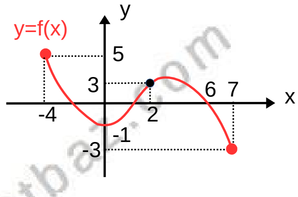


T.K.

G.K.

Örnek...10 :

Yandaki grafik y=f(x) fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



a) f(2)= b) f(6)= c) f(7)=

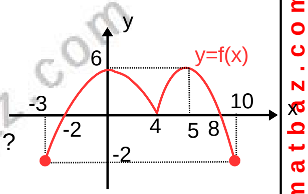
d) f(0)=

e) fonksiyonun alabileceği en büyük değer =

f(x) = 0 denkleminin çözüm kümesi y = f(x) denklemiyle verilen fonksiyonunun (varsa) x eksenini kestiği noktaların apsisleri, f(x) = 0 denkleminin gerçek (reel) sayılar kümesindeki çözüm kümesidir.

Örnek...11 :

Yandaki grafik y=f(x) fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



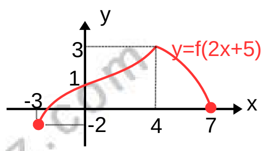
a) f(k)=0 ise k kaç olabilir?

b) $\dfrac{f(0)+f(4).f(9)}{f(-3).f(5)}$

c) tanım kümesindeki kaç a tamsayısı için f(a)<0 dır?

Örnek...12 :

Yandaki grafik y=f(2x+5) fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?

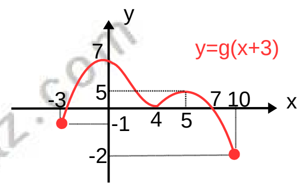


a) f(13)=?

a) $\dfrac{f(5)+f(-1)}{f(19)-1}$ =?

Örnek...13 :

Yandaki grafik y=g(x+3) fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?

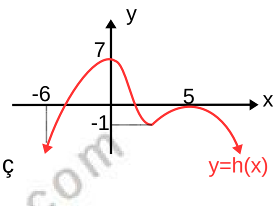


a) g(−3)+g(0) = ?

b) $\dfrac{g(13)+g(3).g(0)}{g(7)-2g(8)}$ =?

Örnek...14 :

Yandaki grafik y=h(x) fonksiyonuna aittir.



a) h(x)=0 denkleminin kaç kökü vardır?

b) h(x)=−1 denkleminin kaç kökü vardır?

c) h(x)=8 denkleminin kaç kökü vardır?

Örnek...15 :

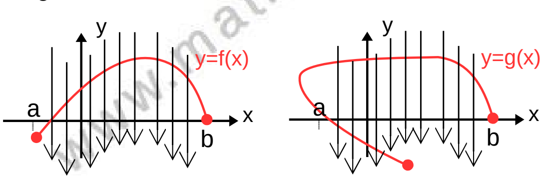
f(x) = 4x – 28 fonksiyonunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

Örnek...16 :

$f(x)=x^2-ax+b$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisleri 1 ve –2 olduğuna göre, y eksenini hangi noktada keser?

DÜŞEY DOĞRU TESTİ

Bir grafikte y eksenine çizilen paralel doğrular grafiği birden fazla noktada kesiyorsa o ilişki (eşleme) fonksiyon değildir.



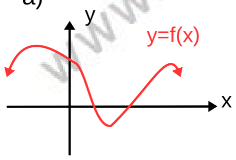
y=f(x) , [a,b] tanım aralığı için fonksiyondur. (düşey çizgiler grafiği daima tek noktada kesiyor)

y=g(x) , [a,b] tanım aralığı için fonksiyon değildir. (düşey çizgiler grafiği bazen birden fazla noktada kesiyor)

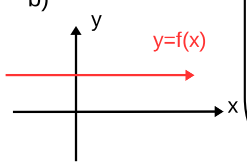
Örnek...17 :

Hangi grafik bir fonksiyona ait olabilir?

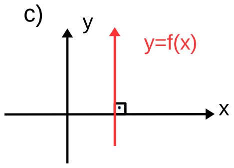
a)



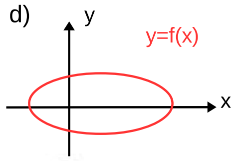
b)



c)



d)

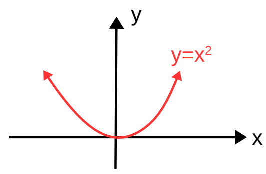


Örtenlik–içinelik İçin Yatay Doğru Testi

Bir fonksiyonun örten mi içine mi olduğunu anlamak için değer kümesinden seçilecek her elemanına karşılık tanım kümesinden bir elamanın eşleşip eşleşmediğini bilmek gerekir. Grafikten bunu anlamanın yolu görüntüsü araştırılacak eleman için için x eksenine paralel bir doğru çizilir ve bu doğrunun grafiği kesip kesmemesine göre karar verilir.

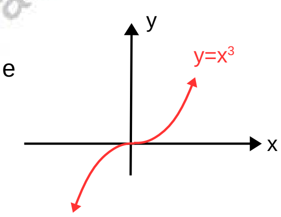
Örnek...18 :

Şekildeki fonksiyonun değer kümesi Reel sayılar kümesi ise fonksiyon içinedir. Eğer değer kümesi [0, ∞) alınırsa fonksiyon örtendir



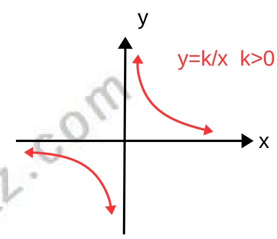
Örnek...19 :

Şekildeki fonksiyonun Reel sayılar kümesinde fonksiyon mudur?



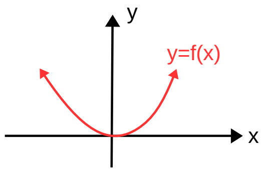
Örnek...20 :

Şekildeki fonksiyonun değer kümesi Reel sayılar kümesi ise bu fonksiyon örten midir?

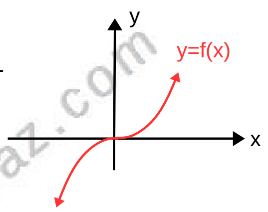


Bire−birlik İçin Yatay Doğru Testi
Bir fonksiyonun grafiği ve yatay olarak çizilen farklı doğrular en çok bir defa kesişiyorsa fonksiyon bire bir dir . Yatay doğrular birden çok defa fonksiyon grafiğini kesiyorsa fonksiyon 1−1 değildir.

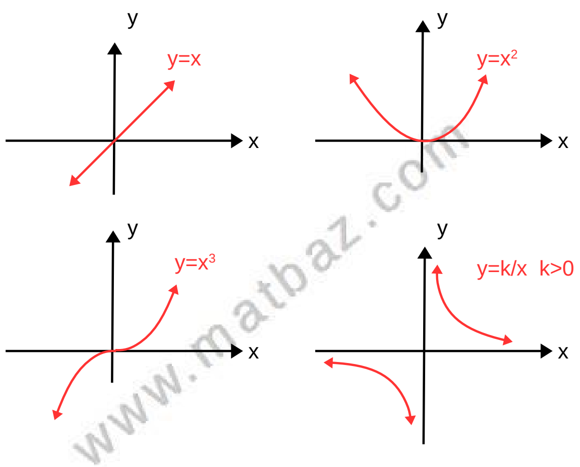
Örnek...21 :
Reel sayılarda tanımlı y=f(x) fonksiyonu 1−1 midir?



Örnek...22 :
Reel sayılarda tanımlı y=f(x) fonksiyonu 1−1 midir?

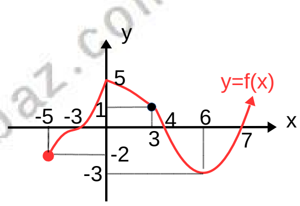


$f(x)=x^n$ fonksiyonlarının grafikleri



DEĞERLENDİRME

1) Yandaki grafik y=f(x) fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



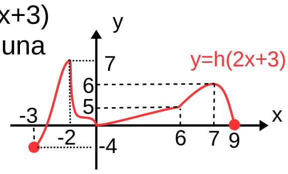
a) f(x+1)=0 denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

b) $\dfrac{f(3)+f(-5).f(0)}{f(6)+f(7)}$

c) Aşağıdaki tanım aralıkları için f bire−bir midir?
i) [−5,0] iii) [0,7]

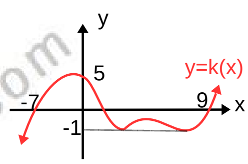
d) f:[−5,oo) → R fonksiyonu örten midir?

2) Yandaki grafik y=h(2x+3) fonksiyonuna aittir. Buna göre istenilenleri bulunuz?



$\dfrac{h(15)+h(3)}{h(17)-h(21)}$ =?

3) Yandaki grafik y=k(x) fonksiyonuna aittir.



a) k(x)=0 denkleminin kaç kökü vardır?
(f(x) in sıfırlarının sayısı kaçtır?)

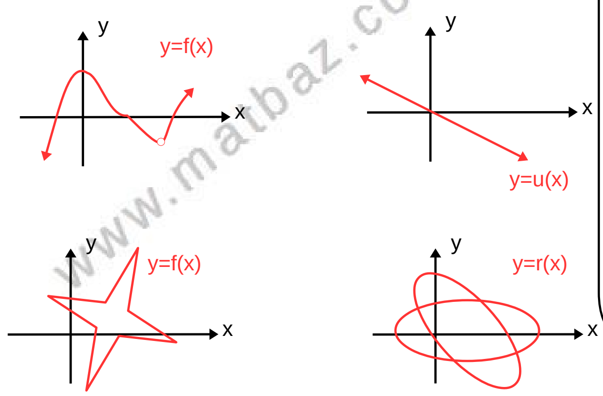
b) k(x)=−1 denkleminin kaç kökü vardır?

c) k(x)=4 denkleminin kaç kökü vardır?

4) $f(x) = x^2 - 9$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların birbirine uzaklığı kaç birimdir?

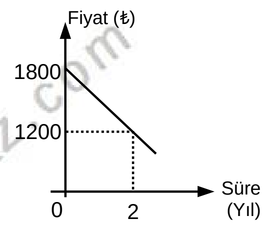
5) $f(x)=x^2+mx+n$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisleri −1 ve 2 olduğuna göre, y eksenini hangi noktada keser?

6) Hangisi reel sayılarda tanımlı bir fonksiyona ait olabilir?



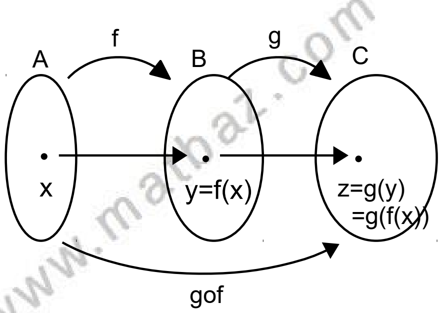
7) $f(x)=\begin{cases} mx+n, & x<1 \\ -x^2+2n-3, & x\geq 1 \end{cases}$ ve f (0)= f(2) ise f(3) kaçtır?

8) Bir akıllı telefonun üretildiği tarihten itibaren fiyatında ki değişim grafiği verilmiştir. Akıllı telefonun fiyatı kaçıncı yılda ilk fiyatının yarısı kadar olur ?



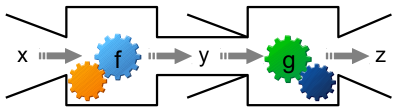
9) (x) = | x – 3 |–2 fonksiyonunu parçalı biçimde yazarak grafiğini çiziniz ?

BİLEŞKE FONKSİYON :



f: A→B ve g: B→C iken gof: A→C dir.

Bileşke fonksiyonu ard arda işlem yapan iki makinaya benzetebiliriz. Aşağıdaki modellemeyi inceleyiniz.



BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON ÖZELLİKLERİ

1) Genellikle gof ≠ fog dir.

Ancak bazı özel durumlarda bu eşitlik sağlanır.

a) g(x)=I(x) ise foI=Iof

b) f(x)=t.x ve g(x)=k.x ise fog=gof tir.

Diğer durumlarıda siz düşünün.

2) go(foh) = (gof)oh (Birleşme özelliği vardır.)

Diğer bileşke özellikleri ters fonksiyon içinde verilecektir.

Örnek...1 :

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f(x) =7x+2 ve g(x)=2x+3 fonksiyonları için (fog)(x) ve gof(x) fonksiyonlarının kuralını bulunuz?

Örnek...2 :

f(x)=3x–5
olduğuna göre, (fof)(x) kuralını bulunuz?

Örnek...3 :

f(x)=kx+2 ve g(x)=x+7 olarak veriliyor. (fog)(x)=3x+9m+5 olduğuna göre, f(k+m) ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek...4 :

f(x)=2x+5 , g(x)=3x–1 ve h(x)=2x+3 olduğuna göre, (fogoh)(x) fonksiyonunun kuralını bulunuz?

Örnek...5 :

f(x+2)=7–x ve g(x–2)=5x–4 olduğuna göre, (fog)(1) kaçtır?

Örnek...6 :

$f(x)=x^2+k$ olarak veriliyor.
$(fof)(0)=12$
olduğuna göre, k değerlerinin ortalaması kaçtır?

Örnek...7 :

$f(x)=x+1$ ve $(gof)(x)=3x+3$
olduğuna göre, $g(x)$ kuralını bulunuz?

Örnek...8 :

$g(x)=x-1$ ve $(gof)(x)=x^2+x$
olduğuna göre, $f(x)=1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...9 :

f bire bir fonksiyon olmak üzere,
$(fog)(9+5x)=f(x^2+x+6)$
olduğuna göre, $g(-1)$ kaçtır?

Örnek...10 :

$f(x)=|x+2|$ olmak üzere $\underbrace{fof\ldots of}_{11 \text{ defa}}(-2)$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...11 :

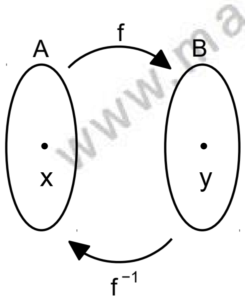
Reel sayılarda f fonksiyonu tek, g fonksiyonu çift fonksiyonlarsa aşağıdakki fonksiyonları teklik çiftlik bakımından inceleyiniz?

a) $(fog)(x)$ b) $f(x.g(x))$ c) fof

TERS FONKSİYON :

Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için bu fonksiyonun bire bir (1–1) ve örten olması gerekir.

Bir fonksiyon ile tersi 1. açıortay doğrusuna göre simetriktir.



$f : A \rightarrow B$ tanımlı iken

$f^{-1} : B \rightarrow A$

$y = f(x)$ ise $x = f^{-1}(y)$ dir.

TERSİNİ BULMA KURALI (GENELLEME)

Bir fonksiyonun tersini; **x yerine y, y yerine x yazıp bu yeni y' yi çekerek elde ettiğimiz x' li ifade** ile buluruz.

Örnek...1 :

$f(x) = 3x + 7$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

Örnek...2 :

$f : \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}, f(x) = \frac{3x+2}{2x-5}$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

Örnek...3 :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

Örnek...4 :

$f : (-6, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ $f(x) = x^2 + 12x + 36$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

Örnek...5 :

$f : (-\infty, 4) \rightarrow (-10, \infty)$ $f(x) = x^2 - 8x + 6$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

Örnek...6 :

Negatif reel sayılardan pozitif reel sayılara tanımlı $f(x) = x^2$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

PRATİK KURALLAR :

1) $f(x)=ax+b$ ise $f^{-1}(x)=\dfrac{x-b}{a}$ dır.

2) $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ise $f^{-1}(x)=\dfrac{-dx+b}{cx-a}$ dır.

Örnek...7 :

Aşağıdaki fonksiyonların tersini uygun şartlarda bulunuz ?

$f(x)=2x+5$

$f(x)=5x-137$

$f(x)=9x$

$f(x)=7$

$f(x)=\dfrac{3x+7}{2x+5}$

$f(x)=\dfrac{x+2}{3x-5}$

$f(x)=\dfrac{7-4x}{2x-8}$

$f(x)=\dfrac{7x+2}{3+2x}$

$f(x)=\dfrac{4x-1}{5x}$

$f(x)=\dfrac{5}{2x-3}$

Örnek...8 :

$f:R-\{6\}\rightarrow R-\{2\}$

$$f(x)=\frac{ax+\sqrt{3}}{3x-b}$$

ifadesi bire bir (1−1) ve örten bir fonksiyon ise a+b toplamı kaçtır?

Örnek...9 :

Uygun koşullarda $x=\dfrac{3f(x)+5}{f(x)+2}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(0)+f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

Örnek...10 :

Uygun koşullarda $f(x)=\dfrac{f(x)-x}{x+4}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(x) fonksiyonunu, tanım ve görüntü kümesini bulunuz

TERS FONKSİYON ÖZELLİKLERİ

1) $(f^{-1})^{-1} = f$

2) $fof^{-1} = f^{-1}of = I$

3) $fog = I$ ise $f=g^{-1}$ veya $g=f^{-1}$

4) $(f_1of_2o \dots of_n)^{-1} = f_n^{-1}o \dots of_2^{-1}o\, f_1^{-1}$
(Ters sırada açılır)

Örnek...11 :

$$(fog^{-1})(x)=\frac{9x-5}{71+\sqrt{3}x}$$

olduğuna göre, $(gof^{-1})(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz?

Örnek...12 :

$(fog^{-1})(x)=2x+5$ ve $(gof^{-1})(x)=mx+n$

olduğuna göre, m+n kaçtır?

Örnek...13 :

$f_1^{-1}(5)=1$
$f_2(4)=2$
$f_3(2)=1$

olduğuna göre, $(f_1of_3of_2)^{-1}(5)$ kaçtır?

Örnek...14 :

$f(x)=\frac{3x+2}{4x-1}$ ve $(fog)(x)=x$

fonksiyonları veriliyor.
Buna göre, $(g^{-1})(0)$ kaçtır?

Örnek...15 :

h ve g bire bir (1−1) ve örten fonksiyonlar olmak üzere,

$(h^{-1}og)^{-1}(x)=g^{-1}(x^4-x^2+8)$

olduğuna göre, $h(\sqrt{5})$ ifadesinin değeri kaç olabilir?

Örnek...16 :

g çift bir fonksiyon ve $(f^{-1}og)(-x)=m.g(x)+n$ ise $f(x)=2x-3$ ise m−n kaçtır?

Örnek...17 :

$fog(x)=3x-8$ ve $f(x)=2x+5$ ise g(x) fonksiyonunu bulunuz.

Örnek...18 :

$foh(x)=5x+7$ ve $h(x)=4x+3$ ise f(x) fonksiyonunu bulunuz.

Örnek...19 :

u ve v birer fonksiyon, $uov(x)=5x-3$ ve $u(x)=5x+2$ ise $v^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Örnek...20 :
f (3x+2)=18x+9 ise f(x) fonksiyonu nedir?

Örnek...21 :
f (2x-3)=10x-17 ise f(x) fonksiyonu nedir?

Örnek...22 :
Uygun şartlarda $f\left(\frac{2x+3}{3x+1}\right)=10x-17$ ise f(x) fonksiyonu nedir?

Örnek...23 :
f (x+2)=6x+7 ve (gof)(x)=3x+2 olduğuna göre, $g^{-1}(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz?

Örnek...24 :
f ve g bire bir ve örten fonksiyonlar olmak üzere,

$$(f^{-1}ogoh)^{-1}o(f^{-1}og)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Örnek...25 :
$$f^{-1}\left(\frac{2x+6}{3+x}\right)=g(x^3+x)$$

olduğuna göre, (fog)(10) kaçtır?

Örnek...26 :
$\underbrace{f^n = fofofo.....of}_{n \text{ adet } f}$ olarak tanımlansın,

$$f^{-1}(2x+5)=f^3(x^{67}+1)$$

olduğuna göre, $f^4(1)$ kaçtır ?

POLİNOMLAR

$n \in \mathbb{N}$, $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0$ ifadesine, tüm x li terimlerde x in kuvvetinin doğal sayı olması durumunda x in bir polinomu denir (bir değişkenli polinom-değişkeni x olan polinom) ve genellikle bu ifade P(x) ,Q(x) gibi bir ifadeye eşitlenerek verilir .

Örneğin $P(x) = -2x^2 + 5x + \sqrt{5}$ ifadesi x in bir polinomudur.

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} + x^{n-2} + a_1 x + a_0$ ifadesinin polinom olması için özet olarak iki koşul sağlanmalıdır.

Koşul 1. x li terimlerinin kuvveti doğal sayı olmalıdır.

Koşul 2. a_i sayıları her i sayısı için reel sayı olmalıdır.(Katsayılar reel sayı olmalıdır)

Örneğin $P(x) = x^2 + 4x - 7$, $Q(x) = -x^6 + \frac{1}{2}$, $R(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{-2}}$ ifadeleri reel sayılar kümesinde birer polinom belirtir fakat $R(x) = \frac{1}{x^2+5}$ ifadesi bir polinom belirtmez.

Polinomlar ,fonksiyonlar kümesinin ait bir elemandır. Yani her polinom bir fonksiyondur ama her fonksiyon polinom değildir.

Örnek...1 :

İfadelerin polinom belirtip belirtmediğini açıklayınız

1. $P(x) = x^9$
1. $Q(x) = 8 - x^2 + \sqrt{3}$
2. $R(x) = \frac{1}{5}x^2 + 4x$
3. $S(x) = x^2 + \frac{4}{x} + 2$
4. $T(x) = 4x - \sqrt{x}$
5. $S(x) = x^2 + \frac{4}{x^2+3} + 1$
6. $B(x) = 4x - x\sqrt[5]{x}$

Örnek...2 :

$P(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ polinomu için P(0) kaçtır?

Örnek...3 :

$P(x+4) = x^7 + 6.x^6 + 2x - 3$ polinomu için P(5) kaçtır?

Örnek...4 :

$P(2x - 1) = x^2$ olduğuna göre, P(3)+P(5) kaçtır?

Örnek...5 :

$P(x-1) = x^2 + 3.x + 1$ polinomu için P(x) polinomunu bulunuz?

Örnek...6 :

$P(x-1) = x^2 + 3.x + 1$ polinomu için P(x+2) polinomunu bulunuz?

Örnek...7 :

$P(x^3) = 2x^9 - 3x^6 + 1$ ise P(x) polinomu bulunuz

Örnek...8 :

$P(x^5) = 2x^{10} + (a-2)x^7 + (b+3)x^6 + 2x^5 + ux^3 - 7$ ise P(a+b) ifadesinin eşitini bulunuz

Örnek...9 :

$P(x) = x^2 + 4x + 3$ polinomu için $P(u) = u^2$ ise u kaç olabilir?

Örnek...10 :

$P(x) = ux^2 - 3x + 2$ ve $P(1) - P(0) = 3$ ise u kaçtır?

TANIM

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} + x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$ polinomununda + veya – ile ayrılan her bir ifadeye terim , $a_i x^i$ teriminde a_i ye terimin katsayısı , i ye ise terimin derecesi denir.

En büyük dereceli terimin derecesine polinomun derecesi ve bu terimin katsayısına da polinomun başkatsayısı denir.

P(x) polinomunun derecesi der(P(x)) ile gösterilir.

Örnek...11 :

Polinomların başkatsayısını ve derecelerini yazınız.

1. $R(x) = \frac{1}{5}x^2 + 4x$
2. $Q(x) = 8 - x^2 + \sqrt{3}$
3. $S(x) = x^2 + 4 - 2x^3$
4. $T(x) = 4x - \sqrt{3}$
5. $S(x) = 1$
6. $B(x) = 0$

Örnek...12 :

$P(x) = x^{\frac{20}{m}} + 4x^{\frac{m+2}{3}} - 7$ polinomunun derecesi en çok kaçtır?

Örnek...13 :

$P(x) = x^{\frac{120}{m}} + 4x^{\frac{150}{m}} - 7$ polinomunun derecesi kaç farklı değer alır ?

SABİT TERİM VE KATSAYILAR TOPLAMI

Bir polinomda katsayılar toplamını bulmak için bilinmeyen yerine 1, sabit terimi bulmak için bilinmeyen yerine 0 yazarız.

Örneğin $A(x) = 4x - x^2 + 5$ polinomunda x=0 yazarak sabit terimi 5 , x=1 yazarak katsayılar toplamını 8 olarak buluruz. Burada x=0 ile A(0) sabit terimi x=1 ile A(1) katsayılar toplamını verir.

Fakat $B(x+2) = x^3 + 5x - 3$ polinomunda x=0 yazarak sabit terimi B(2)=-3 , x=1 yazarak katsayılar toplamını B(3)= 3 olarak buluruz.

Örnek...14 :

$P(x) = (x^2 + 3.x + 6)^2$ polinomunun katsayılar toplamı ile sabit terimini bulunuz.

Örnek...15 :

$P(x) = mx^2 + x + m + 2$ polinomunun katsayılar toplamı ile sabit terimi toplamı 5 ise m kaçtır?

Örnek...16 :

$P(x+2) = 3x^2 - 2x + 1$ polinomu veriliyor için P(x+1) polinomununun sabit terimi kaçtır?

Örnek...17 :

$(x + 2)P(x) = (x^3 + m)$ ise , P(x) polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

Örnek...18 :

$A(x-3)=3x-7$ polinomu veriliyor için A(x-1) polinomunununun katsayılar toplamı kaçtır?

Örnek...19 :

$K(x-1)=ax^2+3x+2$ polinomu veriliyor için K(x+2) polinomununun katsayılar toplamı 62 ise a kaçtır?

TEK VE ÇİFT DERECELİ KATSAYILAR TOPLAMI

P(x) poliomu verildiğinde $\frac{P(1)+P(-1)}{2}$ ile çift dereceli katsayılar toplamı bulunur.

P(x) poliomu verildiğinde $\frac{P(1)-P(-1)}{2}$ ile tek dereceli katsayılar toplamı bulunur.

Örnek...20 :

$P(x)=(x^2+2x-4)^2$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı kaçtır?

Örnek...21 :

$A(x)=(x^3-4)^2$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı kaçtır?

Örnek...22 :

P(x) bir polinom ve $P(x) + P(x^2) = 2x^2 + mx + 4$ eşitliği veriliyor. P(x) polinomun çift dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı 5, ise m kaçtır?

SABİT POLİNOM VE SIFIR POLİNOM

$P(x)=c, c\neq 0$ polinomuna sabit polinom denir.

Örnek...23 :

$P(x)=\sin^2 x+\cos^2 x-7$ polinomu sabit polinomdur.

$P(x)=c, c\neq 0$ sabit polinomunun derecesi 0 dır.

Örnek...24 :

$A(x)=(k-4)x^2+(m+2)x-m+k+3$ polinomu sabit polinom ise $A(m^k)$ kaçtır?

$P(x)=0$ sabit polinomuna sıfır polinom denir

Sıfır polinomun derecesi yoktur

Örnek...25 :

$P(x) = (m-3)x^8 - (k+1)x^{24} + c-2$ polinomu 0 polinom ise m+k+c=?

POLİNOMLARIN EŞİTLİĞİ

P(x) ve Q(x) eşit dereceli iki polinom ve bu iki polinomdaki eşit dereceli terimlerin katsayıarıda eşit ise bu polinomlar eşittir denir ve P(x) = Q(x) yazılır.

Örnek...26 :

$P(x) = 7x^2 + (k + 3)x + 9$

$Q(x) = (n + 3)x^2 + 4x + m - 2$

polinomları eşit polinomlar olduğuna göre, m+k+n kaçtır ?

Örnek...27 :

$(x + 3)(x^2 + m) = x^3 + kx^2 + (n+2)x - 24$ ise , m+k-n kaçtır?

Örnek...28 :

Her x reel sayısı için,
$ax^3 + bx^2 + x + 4 = (x^2 - 4)(mx + n)$
olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

Örnek...29 :

$\frac{3x-1}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$ İse A+B kaçtır?

Örnek...30 :

$P(x) = ax^2 + bx + c$

$Q(x) = (x + 3)^2$

$P(x+1) = Q(x-1)$ ise a+b+c kaçtır?

Örnek...31 :

P(x) bir polinomu için
$P(x + 1) = x^2 + mx + n$
$P(x - 1) = x^2$ ise P(m+n+1) kaçtır?

DEĞERLENDİRME

1) $P(x^3)=5x^{12}+2.x^9+(a-2)x+13$ polinomu için P(a) kaçtır?

2) $P(x)=x^{\frac{20}{m+1}}+4x^{\frac{m+2}{2}}+m$ polinomunun derecesi en çok kaçtır?

3) $P(x-1) = x^2$ olduğuna göre, P(x)+P(x+1) polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

4) $P(x)=x^2+5x+1$ polinomu için P(x+1)-P(x-1)=2 ise x kaç olabilir?

5) $P(x)=x^2+2x+m+2$ polinomu için P(x+1) polinomunun sabit terimi 7 ise m kaçtır?

6) $(x-3)P(x)=(x^3+m)$ ise , P(0) kaçtır?

7) Her x reel sayısı için,
$mx^3+nx^2+x+1=(x^2-1)(vx+p)$ olduğuna göre, v+p toplamı kaçtır?

8) P(x) bir polinomu için

$P(x+1) = x^2 + ax + b$

$P(x-1) = x^2$ ise P(ax) polinomunun başkatsayısı kaçtır?

POLİNOMLARDA DÖRT İŞLEM

Polinomlarda Toplama ve Çıkarma
P(x) ve Q(x) iki polinom olsun.
P(x) + Q(x) veya P(x) – Q(x) işlemi yapılırken eşit dereceli terimlerin katsayıları işlemine göre toplanır veya çıkarılır.

Örnek...1 :
$P(x) = 2x^2 - 7x + 5$ ve $Q(x) = 5x^2 + 4x - 3$ polinomları için
a) P(x) + Q(x) b) 3P(x) – Q(x)
işlemlerini yapınız.

Örnek...2 :
P(x) bir polinomu için P(x)+P(x+1)=2x+3 ise P(x+2) polinomunu bulunuz.

Örnek...3 :
P(x) bir polinomu için $P(x)+P(x-1)=2x^2-6x+7$ ise P(1) kaçtır?

Polinomlarda Çarpma
iki polinom çarpılırken bir polinomun terimlerinin her biri diğer polinomun terimleri üzerine dağıtılır.

Örnek...4 :
$P(x) = 3x + 2$ ve $Q(x) = x^2 + 4x - 3$ polinomları için a) P(x) . Q(x) b) x.P(x) – 2.Q(x) işlemlerini yapınız.

Örnek...5 :
$P(x) = x^4 + x^3 - 3$ polinomu için $x.P^2(x)$ polinomunu bulunuz.

Örnek...6 :
$P(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 2$ ve
$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 4x - 3$ polinomları için
P(x) . Q(x) işlemi yapıldığında x^2 li terimin katsayısı kaç olur?

Bölme İşlemi

P(x) ve Q(x) iki polinom ve $der(P(x)) \geq der(Q(x))$ olmak üzere

$$\begin{array}{l|l} \overset{\text{Bölünen}}{P(x)} & \overset{\text{Bölen}}{Q(x)} \\ \cline{2-2} - & B(x) \rightarrow \text{Bölüm} \\ \hline \underset{\text{Kalan}}{K(x)} & \end{array}$$

şeklinde bölme işlemi yapıldığında

1 $der(K(x)) < der(Q(x))$

2 $P(x) = Q(x)B(x) + K(x)$ bağıntıları geçerlidir.

Örnek...7 :

Bölme işlemlerini yapınız

x^3 | $x+1$ $\qquad\qquad$ x^2+4x+2 | $x+2$

Örnek...8 :

x^2-3x+2 | x^2-2 $\qquad\qquad$ $3x^2-7x+1$ | $2x+3$

Örnek...9 :

10. dereceden P(x) polinomu, 6 dereceden Q(x) polinomuna bölündüğünde kalan polinom sıfır polinomdan farklı R(x) polinomu olsun. R(x) polnomunun derecesinin alabileceği farklı değerler topllamı kaçtır?

Örnek...10 :

P(x) polinomu 3x +5 ile bölündüğünde bölüm x^2+x ve kalan −2 dir. Buna göre, P(x) polinomunu bulunuz

Örnek...11 :

$K(x) = x + 2$ ve $L(x) = x^2 + 6x - 10$ polinomları için L(x) polinomunun K(x) ile bölümünden elde edilecek bölüm ve kalanın toplamını bulunuz.

Bölme işlemi yapmadan kalanı bulmak

$$\begin{array}{l|l} P(x) & ax+b \\ \cline{2-2} - & B(x) \\ \hline K(x) & \end{array}$$

Bölme algoritmasına göre $P(x) = (ax+b).B(x) + K(x)$ ve $der(K(x)) < der(ax+b)$ olacağından K(x) kalan polinomu sabit polinom olmalıdır.

Burada ax+b=0 denkleminin kökü eşitliğinn her iki tarafında yazılırsa kalan bölme işlemi yapılmadan kalan bulunmuş olur.

P(x) polinomunun x−a ile tam bölünmesi durumunda P(a)=0 olur.
Burada
1.P(x) polinomunun çarpanlarından biri (x−a) olur. Yani P(x)=(x−a)Q(x) olacaktır.

2. x=a sayısına P(x) in sıfırı (sıfırlarından biri) denir.

Örnek...12 :

$M(x)=x^3+x-7$ ve $L(x)=x+2$ polinomları için $M(x)$ polinomunun $L(x)$ ile bölümünden elde edilecek kalan kaçtır?

Örnek...13 :

$P(x)=x^4-9x^3-7x^2+2x-8$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...14 :

$P(x)=x^{40}-2x^{39}-5x^3+3x^2-3$ polinomunun $x-2$ ile bölümünden kalan kaçtır

Örnek...15 :

$A(x)=x^4+mx^3+3x+2$ polinomunun $x+2$ ile bölümünden kalan 5 ise m kaçtır?

Örnek...16 :

$P(x)=x^5-4x^3+5x+a$ polinomunun bir çarpanı $x+1$ ise a kaçtır?

Örnek...17 :

$P(x)=x^3+x^2-4x+2$ ise, $P(x+2)$ polinomunun $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...18 :

$P(x)=x^3+8$ olduğuna göre, $P(x+3)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...19 :

$(x+3).P(x)=mx^3+27$ olduğuna göre, $P(-3)$ kaçtır?

Örnek...20 :

$P(x)=x^4+3x^2-8x-45$ polinomuna kaç eklenirse, elde edilen polinom $x+2$ ile tam bölünür?

Örnek...21 :

$P(x)$ ve $Q(x+3)$ in $x+1$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 1 ve 2 dir.
Buna göre, $z.P(3-2x)+Q(4-x)$ polinomu z nin hangi değeri için $x-2$ ile tam bölümür?

Örnek...22 :

$(x^3-x)\,P(x)=x^3+ax^2+bx+c$ ise $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

Örnek...23 :
$P(x)+2.P(-x)=3x^2+6$ olarak veriliyor. $P(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...24 :
$P(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ polinomunun $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan polinomu iki farklı yoldan bulunuz.

Örnek...25 :
$P(x) = 2x^4 + 5x^3 - x^2 + 1$ polinomunun $x^2 + 4$ ile bölümünden kalan polinomu bulunuz.

Örnek...26 :
P(x) ve Q(x) birer polinomdur. der[P(x).Q(x)]=14 ve der[P(x):Q(x)]=8 olduğuna göre der[P(x) +Q(x)] kaçtır?

Örnek...27 :
P(x) ve Q(x) birer polinomdur. der[P(x).Q(x)]=8 ve $\text{der}\left(\frac{P(x^3)}{Q(2x+3)}\right)=12$ olduğuna göre der[P(x)] kaçtır?

Örnek...28 :
P(x) ve Q(x) birer polinomdur.
$\text{der}\left(P^2(x^3+x+1)\cdot Q(x)\right)=25$ ve $\text{der}\left(\frac{P(x^2)}{Q(2x^3+3)}\right)=5$
olduğuna göre der[P(x)-Q(x)] kaçtır?

DEĞERLENDİRME

1) $P(x) = x^2 - 3x + 4$ ve $Q(x)= 2x^2 + x$ polinomları için $4P(x) - 2Q(x)=0$ denkleminin kökü kaçtır?

2) $P(x) = x^2+3$ polinomu için $P(x+1)-P(x-1)=0$ denkleminin kökü kaçtır?

3) $L(x)= x^2 + 6x + 2$ polinomları için $L(x+1)$ polinomunun $L(x-1)$ ile bölümünden elde edilecek kalan polinomunu bulunuz.

4) $P(x)$ polinomu $x^2+ x$ ile bölündüğünde bölüm $x+ 2$ ve kalan $x-3$ tür. Buna göre, $P(x)$ polinomunu bulunuz

5) $P(x) = x^{13} - 3x^{12} + 5x^3 - 11x - 100$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

6) $P(x) = x^4+3x^3-4x+1$ olduğuna göre, $P(x + 3)$ polinomunun $x+2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

7) $(x+2).P(x) = mx^4+8x$ olduğuna göre, $P(x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

8) $A(x+2)$ ve $B(x-3)$ polinomlarının in $x-2$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla -2 ve 3 dir. Buna göre, $k.A(3x-5) + (k-2)B(x-4)$ polinomu k nın hangi değeri için $x-3$ ile tam bölümür?

9) $P(x) = 4x^3 - 4x^2 + 3$ polinomunun $x^2 + 1 - x$ ile bölümünden kalan polinomu bulunuz.

10) $P(x) = x^3 - x^2 + 3$ polinomunun $x^2 - 5x + 4$ ile bölümünden kalan polinomu bulunuz.

11) $P(x)$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan 6, $x+2$ ile bölümünden kalan -4 tür. $P(x)$ polinomunun x^2+x-2 ile bölümünden kalan kaçtır?

12) $P(x)$ polinomunun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan $6x+2$ ise $x-2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇARPANLARA AYIRMA

Bir çok terimli ifadenin çarpanlarının çarpımı cinsinden yazılışına çarpanlarına ayrılmış hali denir. Çarpanlara ayırma ile yüksek dereceli denklemleri daha kolay çözebilir, işaret anlamında verilen ifadeyi daha rahat inceleyebiliriz.

1. Ortak Çarpan parantezi:
Verilen ifadenin her teriminde ortak harf veya sayı varsa bu harf veya sayı için parantez açılabilir.

Örnek...1 :

İfadeleri ortak çarpan parentezine alınız

1) $ax + ay$

2) $5x + kx$

3) $x^8 + x^6$

4) $axb + cbx$

5) $x^2 – 3x$

6) $4x^2y-6xy^2$

7) $x(m– n) + y(m – n)$

8) $x(m– n) + y(n-m)$

9) $x(a-b) + y(a-b)-z(b-a)$

10) $x(a-b)^2 + y(a-b)$

11) $30.42+20.21$

Örnek...2 :

$\frac{(3x-2y)(x+2y)+(2y-3x)(3x+y)}{2x-y}$ ifadesinin en sade hali nedir?

2. Gruplandırma
Verilen ifadenin bütün terimlerinde ortak sayı veya harf yoksa ifade gruplara ayrılır ve gruplar için ortak çarpan parentezi araştırılır.

1) $mx + ny + my + nx$

2) $a^4 + a^3 + a^2 + a$

3) $2^x+3^x+6^x+9^x$

4) $x^2-x^3 + x – 1$

5) $kx - k - rx + r$

6) $6xy + 3ky - 8kx - 4k^2$

Örnek...3 :

$x-y=5$ ve $x+z=7$ ise $x^2+xz-yx-yz+2z-2y+4x$ ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek...4 :

$x-2y=5$ ise $3x^2-6xy-30y$ ifadesinin değeri kaçtır?

3. ax^2+bx+c üç terimlisi

durum 1 : a=1 ise

$x^2+bx+c = (x+m)(x+n)$

x	m	c=m.n
x	n	b=m+n

Örnek...5 :

1. x^2-5x+6
2. $x^2-2x-24$
3. $x^2-2x-35$
4. $x^2-11x+24$
5. $3x^2-6x-240$
6. $x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}$
7. $x^2-(m+n)x+m.n$

b) durum 2 a ≠ 1 değilse

$ax^2+bx+c = (px+m)(rx+n)$

px	m	a=p.r
rx	n	c=m.n
		b=pn+m.r

Örnek...6 :

1. $2x^2+3x+1$
2. $7x^2+23x+6$
3. $8x^2-14x-15$
4. $30x^2-13x-3$
5. $12x^2-25x+12$
6. $15a^2+31a+2$

Örnek...7 :

$\sqrt{99.103+4}$ ifadesinin eşitin bulunuz.

Örnek...8 :

$\dfrac{x^2-2x-3}{(1+\frac{1}{x})(1-\frac{3}{x})}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

Örnek...9 :

$\dfrac{x^2-x-12}{x^2+mx+24}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

Örnek...10 :

$\dfrac{6x^2-7x+2}{2x^2+3x-2}$ İfadesinin en sade hali $\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ise a+b.c+d kaçtır?

Örnek...11 :

$12a^2-5a.b-2b^2=0$ denklemini sağlayan a değerinin b değeri türünden değerleri toplamı nedir?

4. Özdeşliklerden yaralanma
A) İki Kare Farkı Özdeşliği
$x^2-y^2=(x-y)(x+y)$

1) a^2-b^2

2) x^2-100

3) $4x^2-49y^2$

4) $(x+2)^2-4y^2$

5) $p^2-\frac{1}{4}$

6) $\frac{9p^2}{16}-\frac{25}{64}$

7) $(a+b)^2-(a-b)^2$

8) x^2-y^2+6y-9

9) $(x+y+z)^2-(x-y-z)^2$

10) x-3

Örnek...12 :

$\frac{x^2-9}{3-x}+\frac{x^5-x}{x^2-1}$ ifadesinin sadeleşmiş hali nedir?

Örnek...13 :

$x^2-y^4=6$ ve $x-y^2=2$ ise x kaçtır?

Örnek...14 :

$\sqrt{\frac{167^2-67^2}{234}}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

B) Tam Kare Açılımı
$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

Örnek...15 :

1) $(3a-2b)^2$

2) $(3x-2y)^2$

3) $x^2-6xy+9y^2$

4) $x^2-6xy+9y^2-25x^2y^2$

5) $\sqrt{\frac{25}{169}-\frac{10}{39}+\frac{1}{9}}$

6) $(a+b+c)^2$

7) $(a+b-c)^2$

8) $(a+2b-3c)^2$

Örnek...16 :

$x+y=5$ ve $x.y=7$ ise x^2+y^2 kaçtır?

Örnek...17 :

$x+\frac{1}{x}=3$ ise $x^2+\frac{1}{x^2}=?$

Örnek...18 :

$x^2+4x+2=0$ ise $x^2+\frac{4}{x^2}=?$

Örnek...19 :

$x+\frac{1}{x}=5$ ise $x-\frac{1}{x}$ kaç olabilir?

Örnek...20 :

$5x+\frac{1}{5x}=6$ ise $\frac{625x^4+1}{25x^2}$ kaçtır?

Örnek...21 :

$x^2+6x+y^2-8y+25=0$ ise x^y kaçtır?

Örnek...22 :

$x^2-10x+y^2-6y+8$ İfadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

C) İki Küp Toplamı veya Farkı

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

1) $27x^3-125y^3$

2) $8x^3+216$

3) x^3-1

4) $\frac{343p^3}{8}-1$

5) x^6-1

6) $x^{12}-1$

7) $(a+1)^3-(a-1)^3$

8) $(1000-1)(1000^2+1000+1)$

9) $(x-2y)(x^2+2yx+4y^2)$

Örnek...23 :

$x+\frac{1}{x}=5$ ise $x^3-\frac{1}{x^3}$ kaç olabilir?

Örnek...24 :

$\dfrac{a^3+8b^3}{(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}).(a^2-2ab+4b^2)}$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...25 :

$\sqrt[3]{\dfrac{126^3-1}{126^2+127}}$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...26 :

x-y=3 ve x.y=3 ise x^3-y^3 kaçtır?

Örnek...27 :

$\dfrac{x^3-8}{x^2+2x+4}+2x-3=1$ ise x kaç olabilir?

Örnek...28 :

a=100 ve b=1 ise
$(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

D) İki terim toplam veya farkının küplerinin açılımı

$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$

$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3=x^3-y^3-3xy(x-y)$

1. $(m+2b)^3$

2. $(2x+3y)^3$

3. $(x+1)^3$

Örnek...29 :

$x^3+y^3=34$, $xy^2+yx^2=10$ ise x+y kaçtır?

Örnek...30 :

$x^3-3x^2y-30=0$, $y^3-3=3xy^2$ ise x-y kaç olabilir?

Örnek...31 :

$a=\dfrac{5}{2}$ ise $\left(a+\dfrac{1}{2}\right)^3-\dfrac{3}{2}\left(a+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\left(a+\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{1}{8}$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...32 :

$\dfrac{x^3-1}{x^2+mx+n}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m+n ifadesinin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

E) $(x + y)^n$ veya $(x - y)^n$ Biçimindeki ifadeler
Bu ifadeler açılırken pascal üçgeni veya binom katsayıları kullanılabilir

Örnek...33 :

1) $(a+b)^4$

2) $(x + 1)^5$

3) $(x - 2y)^4$

5. Terim Ekleyip Çıkarma Yolu ile Çarpanlara Ayırma
İfade tam kareye tamamlanacak şekilde terim eklenip çıkarılabilir ve bu adımdan sonra gruplandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir

Örnek...34 :

1) a^4+a^2+1

2) $x^{16}+1+x^8$

3) a^8+a^4+1

4) $4a^4+1$

5) a^2+1

6. Değişken Değiştirme Yolu ile Çarpanlara Ayırma
Benzer terimler için ortak değişken seçilebilir ve bu adımdan sonra gruplandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir.

Örnek...35 :

x^4-5x^2+4 ifadesinin tüm çarpanlarını bulunuz

Örnek...36 :

$2^x+2^y=1$ ve $8^x+8^y=\frac{1}{4}$ ise 2^{x+y} kaçtır?

Örnek...37 :

$\dfrac{64^x+1}{16^x-4^x+1}$ ifadesinin en sade hali nedir?

Örnek...38 :

$3^x-3^{-x}=5$ ise 9^x+9^{-x} kaçtır?

DEĞERLENDİRME

1) a-b=3 ve a+c=11 ise $a^2+2ac-2bc-b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

2) $A=\sqrt{100\cdot101\cdot102\cdot103+1}$ sayısının rakamlar toplamını bulunuz.

3) $\dfrac{x^5+3x^4-10x^3}{1+\frac{3}{x}-\frac{10}{x^2}}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

4) $\dfrac{x^2-4x-21}{x^2+mx-12}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

5) Ardışık iki sayının kareleri farkı 2915 ise bu sayıların toplamı nedir?

6) $3x+\frac{1}{x}=6$ ise $x-\frac{1}{3x}$ kaç olabilir?

7) $x^2-10xy+z^2+25y^2+1-3z$ İfadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

8) a+b=2 ve a.b=2 ise a^3+b^3 kaçtır?

9) $5^a-5^b=1$ ve $125^a-125^b=\frac{1}{4}$ ise 5^{a+b} kaçtır?

RASYONEL İFADELER

P(x) ve Q(x) birer polinom olmak üzere, $\frac{P(x)}{Q(x)}$ biçimindeki ifadelere rasyonel ifade, $\frac{P(x)}{Q(x)}=0, Q(x)\neq 0$ ifadesine de rasyonel denklem denir .

Örnek...1 :

İfadeleri en sade hale getiriniz

1) $\dfrac{yx^4-xy^4}{x^2+xy+y^2}$

2) $\dfrac{\dfrac{x^4-y^4}{xy}}{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}}$

3) $\dfrac{x^6-y^6}{(x^2+xy+y^2).(x^2-xy+y^2)}$

4) $\dfrac{x^5-1}{x^2(x^2+x+1)+1+x}$

5) $\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2}{x+2}+\dfrac{8}{x^2-4}$

Örnek...2 :

$\frac{x^6-1}{P(x)}$ ifadesinde, P(x) başkatsayısı 1 olan bir polinom ve işlemin sonucunda elde edilen polinom 4. dereceden bir polinom olduğuna göre en çok kaç farklı P(x) polinomu yazılabilir?

Örnek...3 :

$\frac{x^2-x-12}{x^2+mx+6}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

Örnek...4 :

$\frac{x^2-1}{x^2-x-12}=0$ rasyonel denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek...5 :

$\frac{x^2-8x+15}{x^2-9}=0$ rasyonel denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek...6 :

$\frac{x^6-1}{x^2+mx+3}=0$ rasyonel denkleminin çözüm kümesi reel sayılarda tek elemanlı ise m nin alabileceği farklı değer bulunuz.

DEĞERLENDİRME

1) $\dfrac{x^3-(x-3)^3}{(x-2)^2+x-1}$ ifadesinin en sade hali nedir?

2) $\dfrac{x^5+1}{x^4-x^3+x^2-x+1}$ ifadesinin en sade hali nedir?

3) $\dfrac{a^2+(a-4)^2-2a.(a-4)}{(a-3)^2-(a-7)^2}$ ifadesinin en sade hali nedir?

4) $\dfrac{a^4+b^4+a^2b^2}{(a^3+b^3)(a^2+ab+b^2)}$ ifadesinin en sade hali nedir?

5) $\dfrac{x^3-6x^2+8x}{x^2-x-6}=0$ rasyonel denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

6) Q(x) n. dereceden bir polinom olmak üzere $\dfrac{Q(x)}{3x^2+px+12}=0$ rasyonel denkleminin çözüm kümesi reel sayılarda en çok n-2 elemanlı ise p nin alamayacağı kaç farklı tamsayı değeri vardır.

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

a,b,c birer reel sayı $a \in \mathbb{R}-\{0\}$ olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ ifadesine ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

Örnek...1 :

$x^m-(m-2)x-1=0$ ifadesi ikinci dereceden bir denklem belirtiyorsa m kaçtır?

$ax^2+bx+c=0$ denklemini eğer sağlayan değer veya değerler varsa bu ifadelere kök denir. Köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir.

Örnek...2 :

$x^2+6x+k+19=0$ denkleminin bir kökü $x=-3$ ise, k kaçtır?

Örnek...3 :

$x^2+mx+n+1=0$ denkleminin çözüm kümesi $Ç_k=\{-1,0\}$ ise, m+n kaçtır?

Örnek...4 :

$3x^2+6x-2=0$ denkleminin çözüm kümesi $Ç_k=\{x_1,x_2\}$ ise $x_1^2+2x_1+x_2^2+2x_2+\frac{5}{3}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Örnek...5 :

$x^2+3x-1=0$ denkleminin çözüm kümesi $Ç_k=\{x_1,x_2\}$ ise $x_1-\frac{1}{x_1}$ kaçtır?

Hatırlatmalar

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Örnek...6 :

Denklemlerin gerçek sayılarda çözümlerini araştırınız.

1) $x^2-9=0$

2) $(2+x)^2-9=0$

3) $3x^2-1=0$

4) $x^2-x-12=0$

5) $5x^2+3=0$

6) $x^2-4x=0$

7) $5x^2+3x=0$

8) $x^2-4x+4=0$

9) $2x^2+12x+18=0$

Örnek...7 :

Denklemleri tam kareye tamamlayarak çözünüz

1) $x^2-4x+2=0$

2) $x^2-16x+40=0$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER İÇİN DELTA YÖNTEMİ

$ax^2+bx+c=0$ ise $a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})=0$ ve $\frac{b^2}{4a^2}$ terimini ekleyip çıkaralım

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}=0$$ ve buradan

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

her iki tarafın karekökü alınırsa

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$ ve buradan

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad , \quad x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

burada $b^2-4ac=\Delta$, (Δ delta, diskriminant) olarak kısaltılırsa denklemin kökleri

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

olarak elde edilir.

Uyarı

$\sqrt{b^2-4ac}$ ifadesinin reel (gerçek) sayı belirtmesi için $b^2-4ac=\Delta\geq 0$ olmalıdır.

Örnek...8 :

Denklemlerin gerçek sayılarda çözüm kümelerini delta bağıntısını kullanarak çözünüz

1) $x^2-4x-5=0$

2) $x^2-2x-15=0$

3) $x^2-4x+2=0$

4) $x^2-3x+1=0$

5) $2x^2-5x+1=0$

6) $3x^2+1=0$

UYARI

$\Delta>0$ için iki farklı kök vardır

$\Delta=0$ için eşit iki kök vardır (çakışık, katlı kök)

$\Delta<0$ için reel kök yoktur.(Sanal–imajiner kökler vardır)

Örnek...9 :
$2x^2 - 10x + m = 0$ denkleminin reel kökü olmadığına göre m nin değer aralığını bulunuz?

Örnek...10 :
$2x^2-(m-2)x+8=0$ denkleminin eşit kökleri varsa m nasıl seçilmelidir?

Örnek...11 :
$(k-2)x^2+2x-12=0$ denkleminin farklı iki reel kökü varsa k tamsayı olarak en az kaç olur?

Örnek...12 :
$k \neq 0$ olmak üzere
$x^2+2x+3k=0$
$x^2+6x-5k=0$
denklemlerinin birer kökü ortak ise k sayısının alabileceği değerler kaçtır?

Köklü denklemlerde çözüm araştırılırken köklü ifadeyi yalnız bırakıp kare alınarak çözüm araştırılabilir. Bulunan kök veya kökler mutaka ilk denklemde denenmelidir

Örnek...13 :
$x-\sqrt{x+3}=3$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Mutlak değerli denlemler genel yöntemlerle veya kritik nokta ile parçalanarak çözülebilir

Örnek...14 :
$|x^2-x|=|x-1|$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...15 :
$x^2+|x|=6$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Konuya katkıları için araştırınız
Harezmî
Abdulhamid İbn Türk
Brahmagupta

DEĞERLENDİRME

1) Denklemlerin reel sayılarda çözüm kümelerini bulunuz.

- $\frac{x^2}{9}-25=0$
- $2x^2-9=0$
- $5x^2+3x=0$
- $x^2+(\sqrt{2}+1)+\sqrt{2}=0$
- $2x^2+5x+4=0$
- $(2x^2-8)(x^2-9)=0$
- $(x^2+x-1)(4x^2-12)=0$

2) $ux^2+3x+12=0$ denkleminin bir kökü $x_1=-3$ ise diğer kökü kaçtır?

3) $x^2+5x-1=0$ denkleminin çözüm kümesi $Ç_k=\{x_1,x_2\}$ ise $x_1^2+\frac{1}{x_1^2}$ kaçtır ?

4) $x^2+8x-2=0$ denkleminin çözüm kümesi $Ç_k=\{m,n\}$ ise $4(m^2+8m)n+n^2+10$ kaçtır ?

5) $3x^2-u.x+k=0$ denkleminin eşit kökleri varsa k sayısının u sabiti cinsinden değeri nedir?

6) $x^3+8x^2-(3-u)x=0$ denkleminin üç farklı reel kökü varsa u nasıl seçilmelidir?

7) $x-\sqrt{x+18}=2$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

8) $x^2+|x-2|=4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

9) $4^x-3.2^{x+2}+32=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

10) $\begin{matrix} x.y=8 \\ x+y=-6 \end{matrix}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz

SANAL SAYI BİRİMİ

$x+2=0$ denkleminin doğal sayılarda çözümü yoktur.
Eğer çözüm kümesi tam sayılar kümesi olarak genişletirlirse {-2} bu denklemin çözüm kümesidir.

Benzer şekilde $2x+3=0$ denkleminin tam sayılarda çözümü yoktur.Eğer çözüm kümesi Rasyonel Sayılar seçilirse $\{\frac{-3}{2}\}$ bu denklemin çözüm kümesidir.

Reel (gerçek) sayılarda $x^2 + 1 = 0$ biçimindeki çözümü olmayan denklemlerin çözümünü yapabilmek için tanımlanan yeni kümenin adı karmaşık sayılar kümesidir.

$i=\sqrt{-1}$ veya $i^2=-1$ olarak tanımlanırsa reel olmayan sayıların gösterimi mümkün olur.
Örneğin $\sqrt{-9}=3i$, $\sqrt{-16}=4i$, $\sqrt{-20}=2\sqrt{5}i$ olarak yazılabilir.

Uyarı
Her a reel sayısı a+0.i olarak yazılabileceğinden aynı zamanda bir karmaşık sayıdır.

KARMAŞIK SAYI

a ve b birer reel sayı ve $i^2=-1$ olmak üzere,
z = a + bi şeklinde ifade edilen z sayısına ,karmaşık (kompleks) sayı denir.

Karmaşık sayılar kümesi $\mathbb{C}$ ile temsil edilir.
Başka bir deyişle
$\mathbb{C}=\{z: z=a+bi,\ a,b \in R \text{ ve } i^2=-1\}$ dir.

z = a + bi karmaşık sayısında a ya karmaşık sayının reel (gerçel) kısmı, b ye karmaşık sayının imajiner (sanal) kısmı denir ve Re(z) a, Im(z) = b şeklinde gösterilir.

Örnek...1 :
Karmaşık sayıların reel ve sanal kısımlarını yazınız

1) $z=3+8i$

2) $z=4i-2$

3) $z=4i$

4) $z=\sqrt[3]{-5}$

Örnek...2 :
Sayıları sanal birim (i) kullanarak yazınız

1) $z=\sqrt{-4}$

2) $z=\sqrt{-49}+\sqrt[3]{-27}$

3) $z=\sqrt{(-3)^2}+\sqrt[5]{-32}$

SANAL BİRİMİN (İ-NİN) KUVVETLERİ

$i^0=1,\ i^1=i\ ,\ i^2=-1\ ,\ i^3=-i\ ,\ i^4=1\ ,\ i^5=i, \dots$

Buna göre, $n \in N$ olmak üzere, i nin kuvveti 4 ile bölündüğünde;

kalan 0 ise $i^n=1$
kalan 1 ise $i^n=i$
kalan 2 ise $i^n=-1$
kalan 3 ise $i^n=-i$

Hatırlatma
(...abc) biçiminde bir sayının 4 ile bölümünden kalan sayı, (bc) iki basamaklı sayısının 4 ile bölümünden kalan sayıyla aynıdır.

Örnek...3 :
Sayıları hesaplayınız

1) i^{10}

2) i^{2345}

3) $i^{4569676}$

4) $i^{459862583}$

İKİ KARMAŞIK SAYININ EŞİTLİĞİ

Reel kısımları ve imajiner kısımları kendi aralarında eşit olan iki karmaşık sayı eşittir.
$z=a+ib,\ w=x+iy$ ve $z=w$ ise $a=x$ ve $b=y$ dir

Örnek...4 :
$z_1=a+2+3i-bi$ ve $z_2=2a-b+5i$ karmaşık sayıları için $z_1=z_2$ ise a.b kaçtır?

Örnek...5 :
$x<0<y$ olmak üzere,
$$\sqrt{x-y}+\sqrt[3]{-512}=\sqrt{-16}-x-y$$
eşitliğine göre, (x,y) ikilisini bulunuz?

KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ

$z = a + bi$ karmaşık sayı ise $= a - bi$ sayısına z karmaşık sayısının eşleniği denir ve $\bar{z}$ şeklinde gösterilir.

Örnek...6 :
1) $z = 4 + 3i$ sayısının eşleniği $\bar{z} = 4-3i$ dir

2) Karmaşık sayıların eşleniklerini yazınız

$z=3+9i$

$z=4i-7$

$z=i$

$z=\sqrt{(-5)^2}+\sqrt[3]{-8}$

Örnek...7 :
$x^2+4=0$ denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz.

Örnek...8 :
$x^2+2x+6=0$ denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...9 :
$x^2+4x+8=0$ denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz?

Gerçek katsayılı $ax^2+bx+c=0$ denkleminde $\Delta<0$ için reel kök yoktur. Denklemin kökü olan sanal sayılar birbirinin eşleniğidir.

DEĞERLENDİRME

1) z = 3 + 2i olduğuna göre, $Re(\bar{z}) - Im(z)$ =?

2) $\sqrt{-3}.\sqrt{-36}.\sqrt{(-2)^2}.\sqrt[3]{-64}$ işleminin sonucu kaçtır?

3) $x^2+2x+3=0$ denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz

4) $x^3+2x^2+3x+px=0$ denkleminin iki karmaşık bir reel kökü varsa p nasıl seçilmelidir?

5) $x^3+1=0$ denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz?

KÖK KATSAYI BAĞINTILARI

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere bu denklem için delta çözüm bağıntısında gerekli işlemler yapılırsa

a) kökler toplamı $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

b) kökler çarpımı $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ olarak elde edilir

c) $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

Örnek...1 :

$x^2-4x+2=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun buna göre istenenleri bulunuz.

a) $x_1 + x_2 = ?$

b) $x_1 \cdot x_2 = ?$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = ?$

d) $x_1^2 + x_2^2 = ?$

e) $x_1^2 - x_2^2 = ?$

Örnek...2 :

$x^2-4x+m=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ve olsun $2x_1-x_2=8$ ise m kaçtır?

Örnek...3 :

$x^2+mx+16=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun $x_1=x_2^3$ ise m kaç olabilir?

Örnek...4 :

$x^2-8x+2=0$ denkleminin köklerinin aritmetik ortalaması geometrik ortalamasının kaç katıdır?

Örnek...5 :

$x^2-3x+m=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun $x_1^2 + x_2^2=11$ ise m kaçtır?

Örnek...6 :

$x^2-6x+1=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise $x_1^2 - x_2^2$ kaç olabilir?

Örnek...7 :

$x^2-8x+4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ kaçtır?

Örnek...8 :

$(k+1)x^2 + (6-k)x + 5-k = 0$ denkleminin simetrik iki kökü varsa bu köklerin çarpımı kaçtır?

Not

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci derece denklem en genel haliyle $a.(x-x_1).(x-x_2)=0$ olarak yazılabilir. Bu denklem düzenlenerek yazılırsa $x^2-(x_1+x_2)x+x_1.x_2=0$

Yani $T=x_1+x_2$ ve $Ç=x_1.x_2$ olmak üzere kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci derece denklem $x^2-Tx+Ç=0$ olur.

Örnek...9 :

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci derece denklemleri yazınız.

1) $x_1=3$ ve $x_2=4$

2) $x_1=-2$ ve $x_2=5$

3) $x_1=0$ ve $x_2=-7$

4) $x_1=\sqrt{3}-2$ ve $x_2=\sqrt{3}+2$

Örnek...10 :

$x^2-8x+2=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere kökleri $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$ olan ikinci dereceden deklemi yazınız.

Örnek...11 :

$x^2-3x+1=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere kökleri $\frac{1}{2x_1-1}$ ve $\frac{1}{2x_2-1}$ olan ikinci dereceden deklemi yazınız.

Uyarı

1. Köklerinden biri $x_1=a+\sqrt{b}$ olan ikinci dereceden denklemin katsayıları rasyonelse diğer kök $x_2=a-\sqrt{b}$ olur.

2. i sanal sayı birimi olmak üzere, köklerinden biri $x_1=m+n.i$ olan ikinci dereceden denklemin, katsayıları reelse diğer kök $x_2=m-n.i$ olur.(eşleniktir)

Örnek...12 :

Köklerinden biri $x_1=2-4\sqrt{3}$ olan ve rasyonel katsayılara sahip ikinci dereceden denklemi yazınız

Örnek...13 :

Köklerinden biri $x_1=2i-3$ olan ve reel katsayılara sahip ikinci dereceden denklemin diğer kökü kaçtır?

DEĞERLENDİRME

1) $x^2-mx+3=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise $\frac{2}{x_1}-x_2=3$ ise m kaçtır?

2) $x^2-8x+4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise $(2x_1-3)(2x_2-3)$ kaçtır?

3)
$$x^2+kx+p=0 \quad ,x_1=2$$
$$x^2-(k+5)x+w=0 \quad ,x_1=-3$$
yukarıda birer kökleri verilen denklemlerin diğer kökleri ortak ise p kaçtır?

4) $x^2-8x+4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise $\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}$ kaçtır?

5) $\frac{x^2}{125}-mx+1=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ve olsun $x_1=x_2^2$ ise m kaç olabilir?

6)
$$x^2+kx-2=0$$
$$2x^2-(k+2)x-p=0$$
denklemlerinin çözüm kümeleri aynıysa , $\frac{p}{k}$ oranı ise kaç olabilir?

7) $x^2-(x_1-x_2)x+4+a=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise a kaçtır?

8) $2x^2+mx-3x+4m=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere $x_1+x_2=x_1.x_2$ ise m kaç olabilir?

9) $\begin{matrix} x^2+x+k=0 \\ x^2+6x-4k=0 \end{matrix}$ denklemlerinin birer kökü ortak ise k sayısının alabileceği değerleri bulunuz?

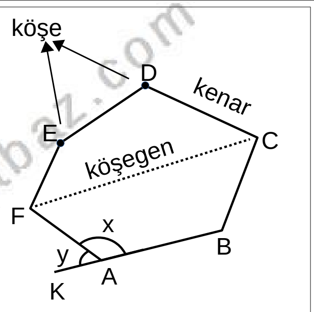
10) $x_1=\sqrt{5}-2$ ve rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemi yazınız.

11) Köklerinden biri $x_1=\sqrt{7}-2i$ olan ve reel katsayılara sahip ikinci dereceden denklemin diğer kökü kaçtır?

12) $x^2+x-1=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere kökleri $\frac{1}{3x_1-2}$ ve $\frac{1}{3x_2-2}$ olan ikinci dereceden deklemi yazınız.

ÇOKGEN KAVRAMI

Herhangi üçü bir doğru üzerinde olmayan üç veya daha çok noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının birleşimi olan düzlemsel şekle çokgen denir.



Şekilde $\widehat{FAB}$ açısı çokgenin iç açısı $\widehat{KAF}$ çokgenin dış açısıdır.

Bütün iç açılarının ölçüsü 180° den küçük çokgenlere dışbükey (konveks) dörtgen denir.

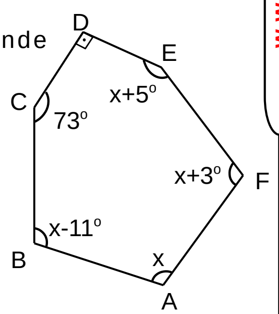
DIŞBÜKEY (KONVEKS) DÖRTGENİN ÖZELLİKLERİ

1. Bir köşesinden diğer köşelere çizilen köşegenler çokgeni n−2 tane üçgene ayırır.

2. Çokgenin iç açılar toplamı (n−2).180° dir.

Örnek...1 :

Şekildeki ABCDEF altıgeninde verilen açı ölçülerine göre x kaçtır?



3. Dış açılar toplamı 360° dir.

Örnek...2 :

Bir dışbükey çokgenin dış açılarından dördünün ölçüleri sırası ile 9, 11,15 ve 21° olup diğer dış açılarının ölçüleri eşit ve 8 ise bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

DÜZGÜN ÇOKGEN

Bütün kenar uzunlukları ve iç açıları eşit olan konveks çokgene düzgün çokgen denir. Düzgün çokgenlerde dış açılar da eşittir. Eşkenar üçgen ,kare düzgün beşgen düzgün çokgenlere örnektir.

DÜZGÜN ÇOKGENİN ÖZELLİKLERİ

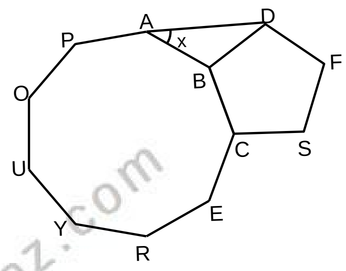
n kenar sayısı olmak üzere

1. Bir dış açısı $\frac{360}{n}$

2. Bir iç açısı $180-\frac{360}{n}$

Örnek...3 :

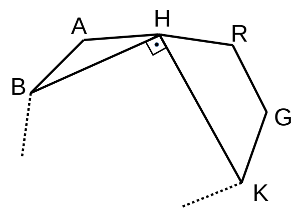
Düzgün dokuzgen ve düzgün beşgen [BC] kenarından yapışıktır. Şekle göre, $m(\widehat{BAD})=x$ kaç derecedir?



3. Bir köşeden çizilen ardışık köşegenler arasında kalan açıların ölçüleri eştir

Örnek...4 :

Şekilde bir parçası verilmiş düzgün AHRGK.. çokgeninde $(\widehat{BHK})=90^\circ$ olduğuna göre bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?



4. Kenar sayısı çift olan çokgenlerde karşılıklı kenarlar paraleldir

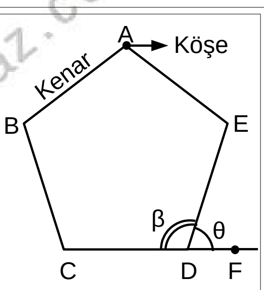
5. n kenarlı düzgün bir çokgenin simetri eksenlerinin sayısı n dir.
a) n tek ise simetri eksenleri çokgenin bir köşesinden ve kenarlarının birinin orta noktasından geçer.

b) n çift ise, iki türlü simetri ekseni vardır.Birinci tür karşılıklı köşelerden geçer. İkinci tür ise karşılıklı kenarların orta noktalarından geçer.

DÜZGÜN BEŞGEN

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Kenar sayısı 5 olan düzgün çokgene düzgün beşgen denir.



Düzgün beşgenin; köşeleri A, B, C, D ve E dir, kenarları [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] dır, tüm iç açıları β ve tüm dış açıları θ ölçülüdür. (C, D ve F doğrusaldır.)

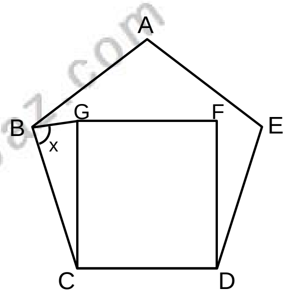
Düzgün beşgenin

bir dış açısının ölçüsü $\theta=\dfrac{360^0}{5}=72^o$,

iç açının ölçüsü ise $\beta=180^0-72^0=108^0$ dir.

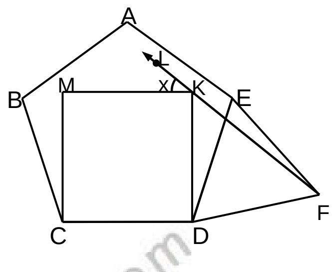
Örnek...5 :

ABCDE düzgün beşgen, CDFG karedir. Şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{CBG})=x$ kaç derecedir?



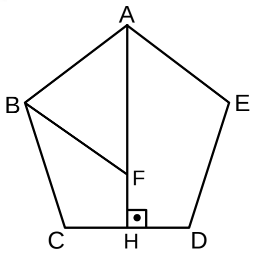
Örnek...6 :

ABCDE düzgün beşgen, CDKM kare ve DEF eşkenar üçgenleri şekildeki gibi veriliyor. $m(\widehat{MKL})=x$ kaç derecedir?



Örnek...7 :

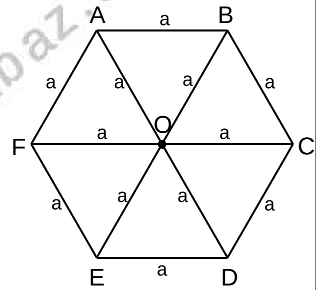
ABCDE düzgün beşgeninde $[AH]\perp[CD]$ $m(\widehat{ABF})=80^o$ olduğuna göre, $m(\widehat{BFH})$ kaç derecedir?



DÜZGÜN ALTIGEN

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Kenar sayısı 6 olan düzgün çokgene düzgün altıgen denir.



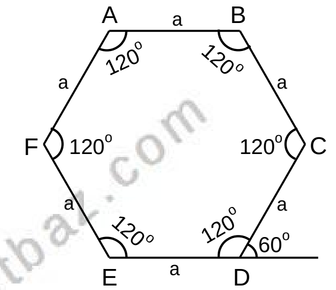
Köşegenler düzgün altıgeni 6 tane eşkenar üçgene ayırır.

ABCD, BCDE, DEFA , ... dörtgenleri ikizkenar yamuklardır.

ABOF, BCDO ve DEFO dörtgenleri ise eşkenar dörtgendir.

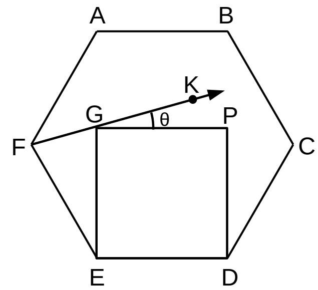
Düzgün altıgenin bir dış açısının ölçüsü $\dfrac{360^0}{6}=60^o$,

iç açının ölçüsü ise $180^0-60^0=120^0$ dir.



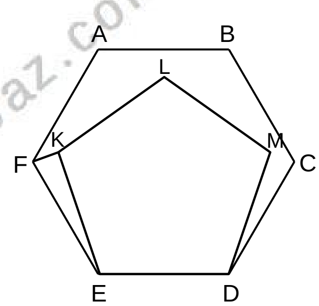
Örnek...8 :

ABCDEF düzgün altıgen ve DEGP karedir. F, G, K doğrusal olduğuna göre, $m(\widehat{PGK})=\theta$ kaç derecedir?



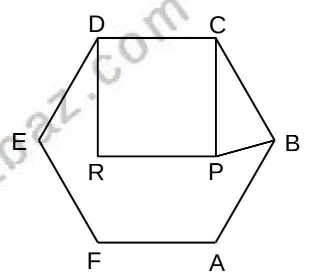
Örnek...9 :

ABCDEF düzgün altıgen ve DEKLM düzgün beşgen olduğuna göre, $m(\widehat{EKF})$ kaç derecedir?

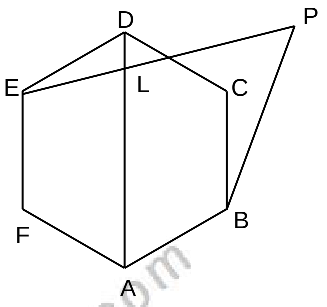


DEĞERLENDİRME

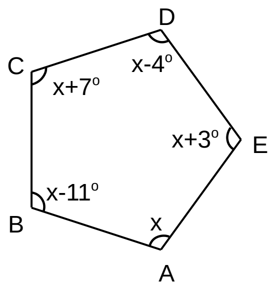
1) ABCDEF düzgün altıgen ve RPCD karedir. $m(\widehat{PBA})$ kaç derecedir?



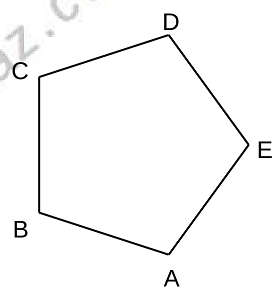
2) ABCDEF düzgün altıgendir. $|EP|=|AD|$, $m(\widehat{PBC})=5^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BPE})$ kaç derecedir?



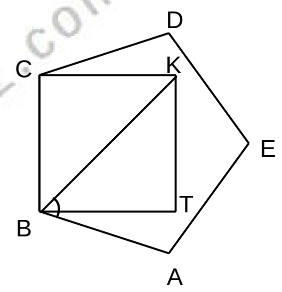
3) ABCDE bir beşgendir. Verilen açı ölçülerine göre bu beşgenin en büyük dış açısı kaç derecedir.



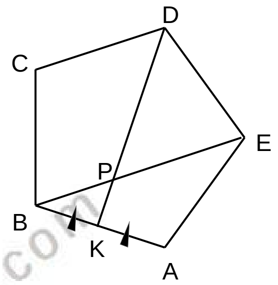
4) ABCDE bir beşgen ve tüm iç açılar tamsayı ve birbirinden farklıdır. Buna göre en büyük açının alabileceği en küçük değer kaçtır?



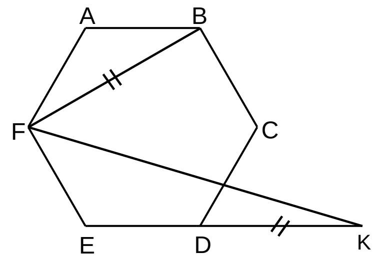
5) ABCDE düzgün bir beşgen ve BTKC karedir. $m(\widehat{KBA})$ kaç derecedir?



6) ABCDE düzgün beşgen ve $|BK|=|KA|$ B,P,E doğrusal noktalar, $[DK]\cap[BE]=\{P\}$ olduğuna göre $m(\widehat{BPD})$ kaç derecedir?

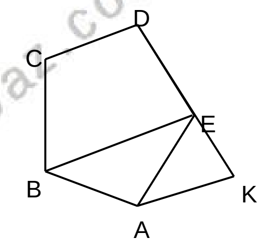


7) ABCDEF düzgün altıgen, E, D, K doğrusal ve $|FB|=|DK|$ olduğuna göre, $m(\widehat{BFK})$ kaç derecedir?

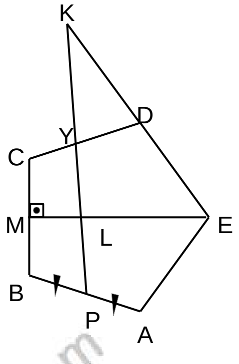


8) Bir dış açısının ölçüsü 15° olan düzgün bir çokgende bir köşeden çıkan iki köşegen arası açı en çok kaç derecedir?

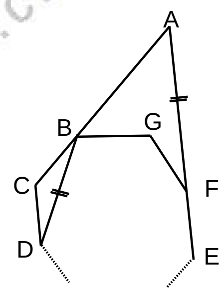
9) ABCDE düzgün beşgen ve
$|DK|=|BE|$
$[DK]\cap BE=\{E\}$
olduğuna göre, $m(\widehat{DKA})$ kaç derecedir?



10) ABCDE düzgün beşgen ve $|BP|=|PA|$
$[KP]\cap[ME]=\{L\}$,
$[KP]\cap[CD]=\{Y\}$,
$[EM]\perp[CB]$,
$|EM|=|KD|$
olduğuna göre $m(\widehat{DKY})$ kaç derecedir?

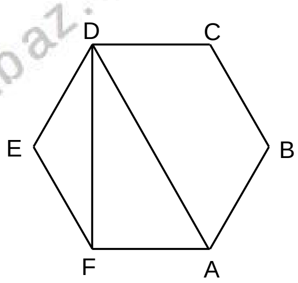


11) D,C,B,G,F,E bir kısmı verilen düzgün çokgenin köşeleri olmak üzere A,B,C ve A,F,E doğrusal noktalardır. $|AF|=|BD|$ olduğuna göre bu çokgen kaç kenarlıdır?

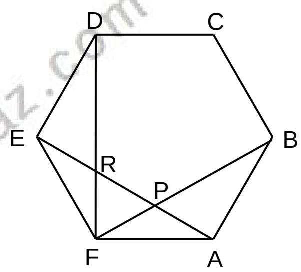


12) Üç iç açısı 70,100 ve 110 derece olan bir çokgenin diğer iç açıları eşit olup 160 derecedir. Buna göre çokgen kaç kenarlıdır?

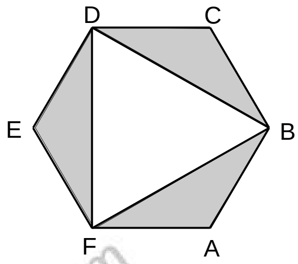
13) ABCDEF düzgün altıgendir.
$\dfrac{|FD|}{|DA|}$ oranı kaçtır?



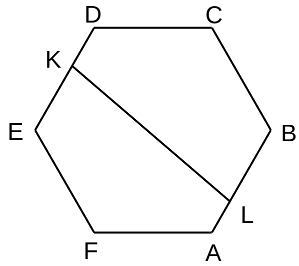
14) ABCDEF düzgün altıgendir.
$|PR|=2\sqrt{3}\,br$ ise altıgenin alanı kaç birim karedir?



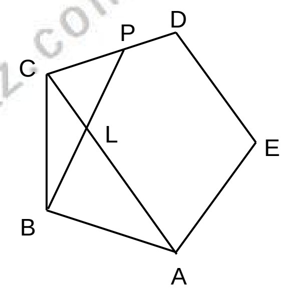
15) ABCDEF düzgün altıgendir. Şekilde taralı olan bölgeler toplamının taralı olmayan bölgenin alanına oranı kaçtır?



16) ABCDEF düzgün altıgendir. $|LA|=3\,br$
$|DK|=5\,br$ ve altıgenin çevresi 60 birim ise KL uzunluğu kaç birimdir?

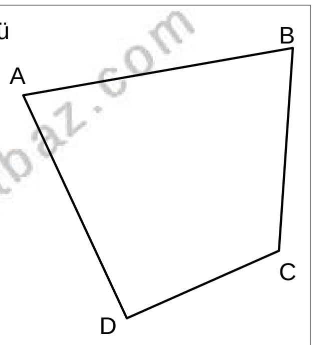


17) ABCDE düzgün beşgen ve
$2.|BC|=3.|CL|$,
$[BP]\cap[AC]=L$
olduğuna göre $\dfrac{|PL|}{|LB|}$ kaçtır ?



DÖRTGEN TANIMI

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın birleştirilme–siyle elde edilen kapalı şekle dörtgen denir.

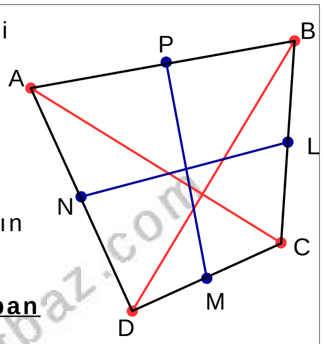


Temel elemanlar :
4 AÇI, 4 KÖŞE,
4 KENAR dır.

Bu açılar, köşeler ve kenarlar komşu ya da karşılıklıdır.

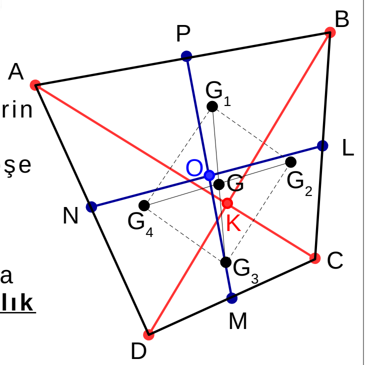
KÖŞEGEN, ORTA TABAN VE AĞIRLIK MERKEZİ

Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir.
[AC] ve [BD] köşegendir.



Karşılıklı iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **orta taban** denir.
P, L, M, N kenar orta noktaları olmak üzere, [PM] ve [NL] orta tabandır.

Köşegenlerin kesişmesiyle oluşan üçgenlerin ağırlık merkezlerini köşe kabul eden paralelkenarın köşegenlerinin kesim noktasına **dörtgenin ağırlık merkezi** denir.



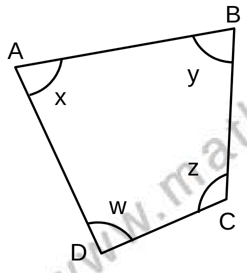
G_1, G_2, G_3, G_4 üçgenlerin ağırlık merkezidir.

$[G_1G_3] \cap [G_2G_4] = \{G\}$ dir.

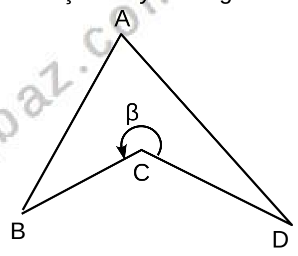
G: Dörtgenin ağırlık merkezi,
O: Orta tabanların kesim noktası,
K: Köşegenlerin kesim noktasıdır.

DIŞBÜKEY İÇBÜKEY DÖRTGEN

Dışbükey Dörtgen



İçbükey Dörtgen



x, y, z, w < 180° β >180°

☺ : Aksi belirtilmedikçe dörtgen denildiğinde dış bükey dörtgen anlaşılacaktır.

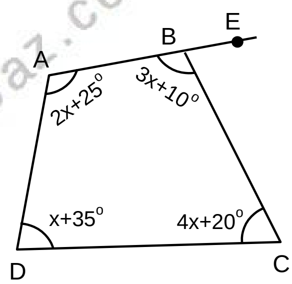
DÖRTGENİN AÇI ÖZELLİKLERİ :

1) Dörtgenin iç açıları toplamı 360° dir. NEDEN?

2) Dörtgenin dış açıları toplamı 360° dir. NEDEN?

Örnek...1 :

ABCD dörtgen ve A, B, E doğrusal olduğuna göre, $\widehat{CBE}$ açısı kaç derecedir?

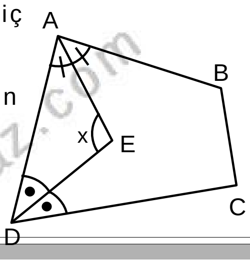


Örnek...2 :

Bir dörtgenin dış açıları sırasıyla 3, 4, 5, 6 sayıları ile orantılı olduğuna göre, en büyük iç açısı kaç derecedir?

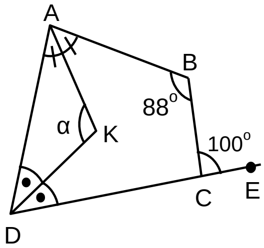
3) Dörtgenin komşu iki iç açısının açı ortayları arasında kalan açının ölçüsü diğer iki iç açının aritmetik otasıdır.

$m(\widehat{AED}) = x = \dfrac{m(\widehat{B}) + m(\widehat{C})}{2}$



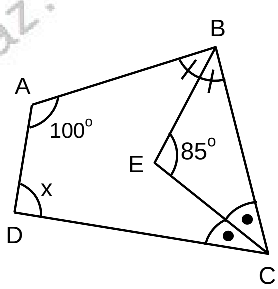
Örnek...3 :

ABCD dörtgeninde D, C, E doğrusal olmak üzere, $m(\widehat{AKD}) = \alpha$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



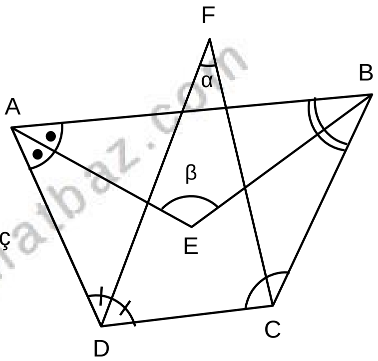
Örnek...4 :

ABCD dörtgeninde, $m(\widehat{BAD}) = 100^0$ $m(\widehat{CEB}) = 85^0$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



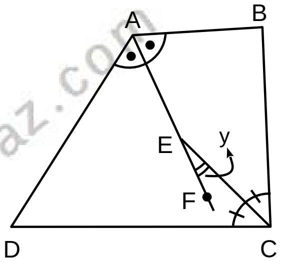
Örnek...5 :

ABCD dörtgeninde verilenlere göre, $\alpha + \beta$ toplamı kaç derecedir?



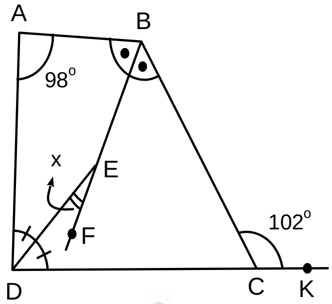
4) Dörtgende karşılıklı iki iç açının açı ortaylarının kesişmesiyle oluşan dar açının ölçüsü, diğer iki iç açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısıdır.

$m(\widehat{CEF}) = y = \dfrac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{D})|}{2}$



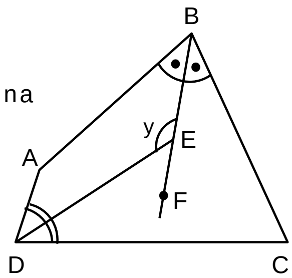
Örnek...6 :

ABCD dörtgeninde B, E, F ve D, C, K doğrusaldır. Verilenlere göre, $m(\widehat{FED}) = x$ açısı kaç derecedir?



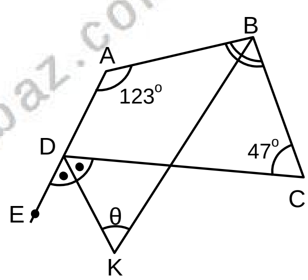
Örnek...7 :

ABCD dörtgeninde B, E, F doğrudaş $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) + 64$ olduğuna göre, $m(\widehat{BED}) = y$ kaç derecedir?

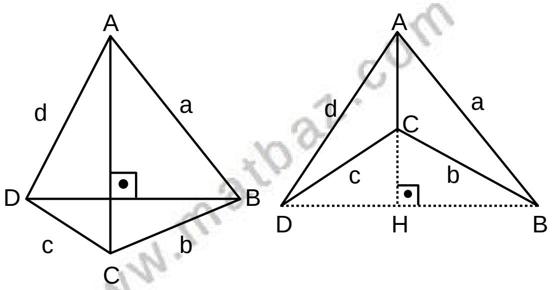


Örnek...8 :

ABCD dörtgeninde A, D, E doğrudaş [DK] ve [BK] açıortaydır. Verilenlere göre, $m(\widehat{BKD}) = \theta$ kaç derecedir?



KÖŞEGENLERİ DİK KESİŞEN DÖRTGEN :



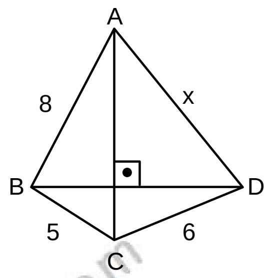
ABCD dörtgeninde [AC] $\perp$ [BD] ise

$$a^2+c^2=b^2+d^2$$

eşitliği sağlanır.

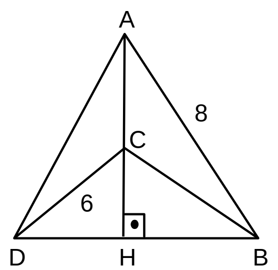
Örnek...9 :

ABCD dörtgeninde,
[AC]$\perp$[BD] ,
|AB|=8 cm
|BC|=5 cm ve
|CD|=6 cm ise
|AD|=x kaç cm dir?



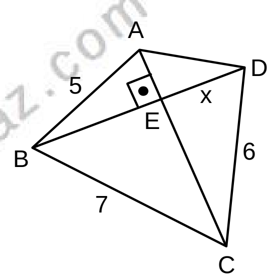
Örnek...10 :

ABCD dörtgeninde,
[AH]$\perp$[BD] ,
|AB|=8 cm
|CD|=6 cm
|AD|=3.|BC| ise
|AD| kaç cm dir?

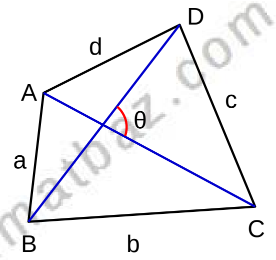


Örnek...11 :

ABCD dörtgeninde,
[AC]$\perp$[BD] ,
|AB|=5 cm,
|BC|=7 cm,
|CD|=6 cm ve
|AE|=$2\sqrt{2}$ cm ise
|ED|=x kaç cm dir?



DÖRTGENİN ÇEVRESİ VE ALANI

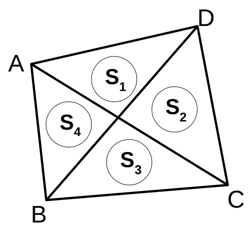


ABCD dörtgeninde,
Çevre(ABCD)=a+b+c+d birimdir.
Alan(ABCD)= $\frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|\sin\theta$

Örnek...12 :

Kenar uzunlukları 4, 6 ve 9 birim olan bir dörtgenin çevresinin <u>en büyük</u> tamsayı değeri kaç birimdir?

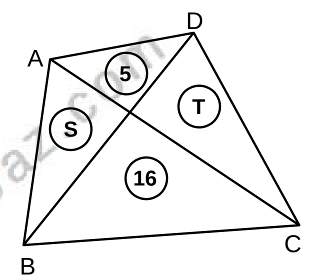
ABCD dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegenlerinin çizilmesiyle oluşan üçgenlerin alanları S_1, S_2, S_3 ve S_4 olmak üzere,



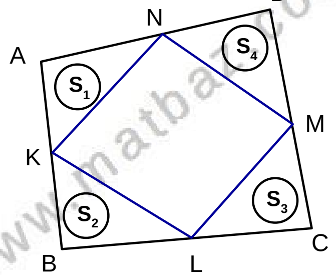
$$S_1 . S_3 = S_2 . S_4 \text{ tür.}$$

Örnek...13 :

ABCD dörtgeninin köşegenleri ile dört üçgen alanı şekildeki gibi oluşturuluyor.
S ve T tamsayı olduğuna göre,
Alan(ABCD) <u>en küçük</u> kaç cm^2 olur?



UYARI



ABCD dörtgeninde K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=e$ birim ve $|BD|=f$ birim olmak üzere,

1) KLMN dörtgeni paralelkenardır.

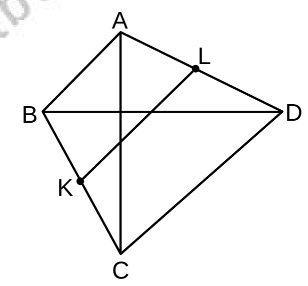
2) Çevre(KLMN) = e+f dir.

3) Alan(KLMN) = $\dfrac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$ dir.

4) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$ tür.

Örnek...14 :

ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$, K ve L bulundukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC| = 12$ br $|BD| = 8$ br olduğuna göre, $|KL|$ uzunluğu kaç birimdir?

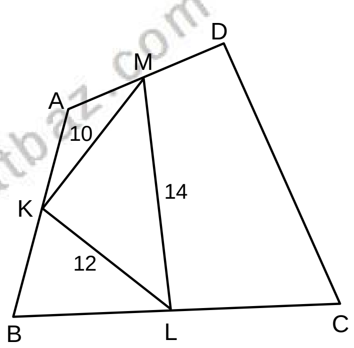


Örnek...15 :

Alanı 68 cm² olan bir dörtgenin üç kenarının orta noktaları birleştirilerek elde edilen üçgensel bölgenin alanı kaç cm² dir?

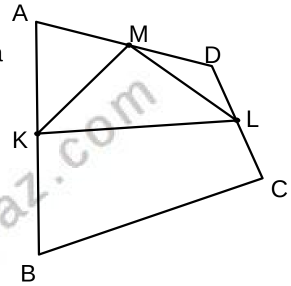
Örnek...16 :

ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|KM| = 10$ br, $|KL| = 12$ br, $|LM| = 14$ br olduğuna göre, Alan(ABCD) kaçtır?



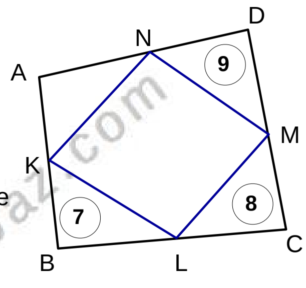
Örnek...17 :

ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|KM|=|LM|=6\sqrt{5}$ br, $|KL| = 12$ br ise Alan(ABCD) kaçtır?



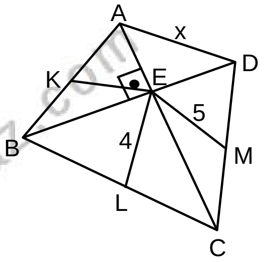
Örnek...18 :

ABCD dörtgeninde K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktalarıdır. Daire içinde verilenler birimkare cinsinden, içinde bulundukları üçgenlerin alanları ise KLMN dörtgenin alanı AKN üçgenin alanının kaç katıdır?



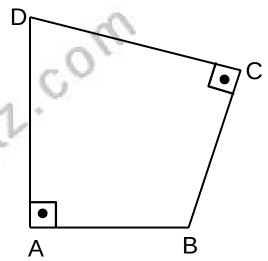
Örnek...19 :

ABCD dörtgeninde,
$[AC]\perp[BD]$,
$|EL|=4$ cm,
$|EM|=5$ cm,
$|EK|=3$ cm
K, L, M bulundukları kenarların orta noktaları olduğuna göre, $|AD|=x$ kaç cm dir?



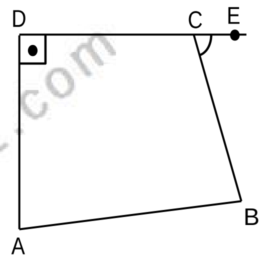
Örnek...20 :

ABCD dörtgen
$m(\widehat{A})=m(\widehat{C})=90^o$
$|BC|=|CD|$ ve
$A(ABCD)=72\ br^2$ ise C noktasının [AD] doğru parçasına en kısa mesafesi kaç birimdir?



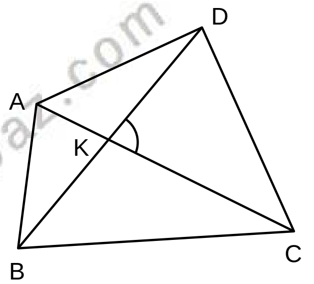
Örnek...21 :

ABCD dörtgen $m(\widehat{D})=90^o$,
$m(\widehat{ECB})=45^o$ $|BC|=3\sqrt{2}\,br$
$|DC|=4\,br$, $|AD|=5\,br$ ise
$|AB|$ kaç birimdir?



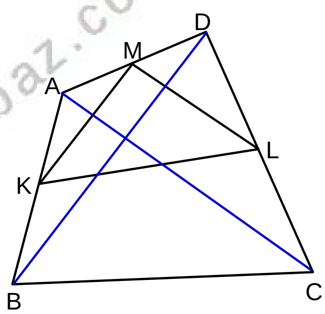
Örnek...22 :

ABCD dörtgen,
K köşegenlerin kesim noktası $|BD|=8\,br$
$|AC|=12\,br$
$A(ABCD)=12\sqrt{2}\,br^2$ ise
$\sin(\widehat{CKD})$ kaçtır ?



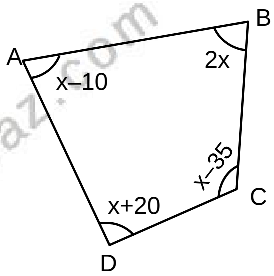
Örnek...23 :

ABCD dörtge-ninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=|BD|=6\sqrt{5}$ br $|KL|=12$ br olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

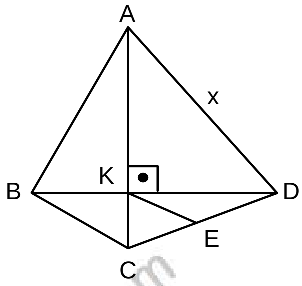


DEĞERLENDİRME

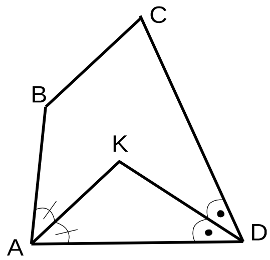
1) ABCD dörtgendir. Verilen açı ölçülerine göre bu dörtgenin en büyük dış açısı kaç derecedir?



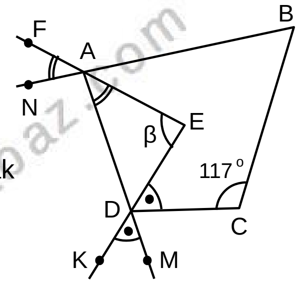
2) ABCD dörtgen, E ,[CD]'nin orta noktası ve
$|KE|=3$br ,
$|BC|=5$br
$|AB|=\sqrt{61}$br ise
$|AD|=x$ kaç birimdir?



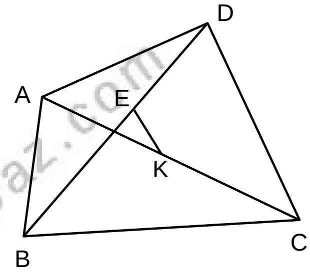
3) ABCD dörtgen ve [AK] ile [DK] açıortaylardır.
$m(\widehat{AKD})=x+5$,
$m(\widehat{ABC})=2x-20$,
$m(\widehat{BCD})=x-30$
ise $m(\widehat{AKD})$ kaç derecedir?



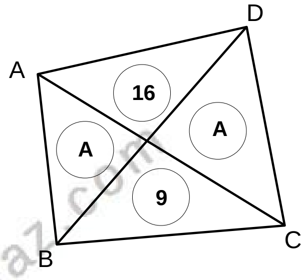
4) ABCD dörtgeninde A, D, M noktaları doğrusaldır.
$m(\widehat{BCD})=117^{o}$
$m(\widehat{NBC})=75^{o}$ olmak üzere, $m(\widehat{FEK})=\beta$ kaç derecedir?



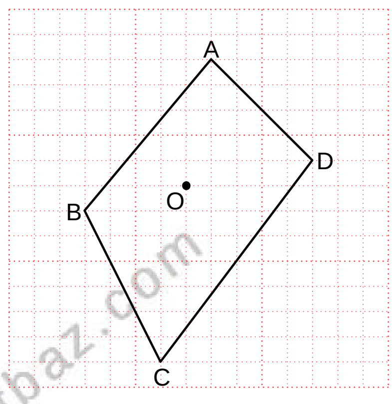
5) ABCD dörtgen, E ve K üzerinde bulundukları köşegenlerin orta noktalarıdır.
$|BC|=12$br
$|AD|=8$br ise
$|EK|=x$ kaç farklı tamsayı değeri alabilir?



6) ABCD dörtgen [AC], [BD] köşegenlerdir. Şekilde daire içinde birim kare cinsinden alanlar verilmiştir. Buna göre $\frac{|AD|}{|BC|}$ oranı kaçtır ?



7) Birim karelerden oluşan şekilde O noktası dik koordinat sisteminin orijinidir. ABCD dörtgeninin çevresi ve alanını hesaplayınız.

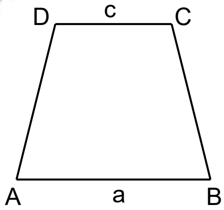


YAMUK TANIMI

Yalnız iki kenarı birbirine paralel olan dörtgene **YAMUK** denir.
[AB] // [CD] ise ABCD yamuktur.

Paralel olan kenarlar yamuğun tabanlarıdır.
[AB] ve [CD] taban.

Diğer iki kenar yan kenarlardır.
[AD] ve [BC] yan kenar.

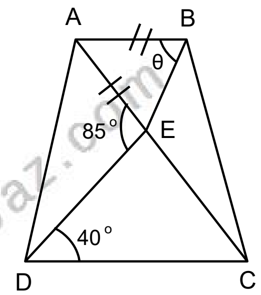


Köşegenler; [AC] ve [BD] dir.

Yan kenarların uçlarında bulunan iç açılar bütünlerdir.
$m(\widehat{A})+m(\widehat{D})=180^\circ$ $m(\widehat{B})+m(\widehat{C})=180^\circ$

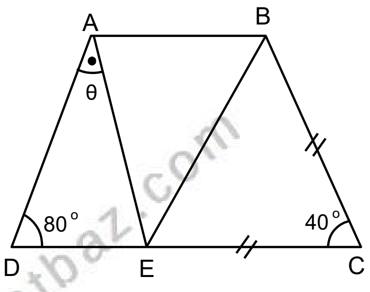
Örnek...1 :

ABCD yamuk
[AC] köşegen
$E\in[AC]$
[AB] // [CD]
$|AB|=|AE|$
$m(\widehat{AED})=85^\circ$
$m(\widehat{CDE})=40^\circ$
olduğuna göre,
$m(\widehat{BAE})=\alpha$ kaç derecedir?



Örnek...2 :

ABCD yamuk
[AB] // [CD]
$|BC|=|CE|$
$|AE|=|BE|$
$m(\widehat{ADC})=80^\circ$
$m(\widehat{BCE})=40^\circ$
olduğuna göre,
$m(\widehat{DAE})=\theta$ kaç derecedir?



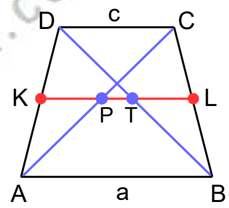
ORTA TABAN

ABCD yamuğunda,
K ve L kenar orta noktaları olmak üzere,
[KL] orta tabandır ve

$$|KL|=\frac{a+c}{2} \text{ dir.}$$

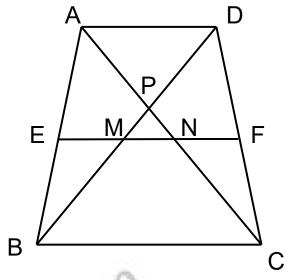
P ve T köşegenlerin orta noktaları olmak üzere,

$$|PT|=\frac{a-c}{2} \text{ dir.}$$



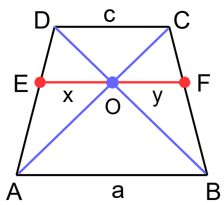
Örnek...3 :

ABCD bir yamuk
[BC] // [AD]
[AC] ve [BD] köşegenler
[EF] orta tabandır.
$|AD|=6$ br
$|BC|=10$ br
olduğuna göre,
$|EF|-|MN|$ kaç birimdir?



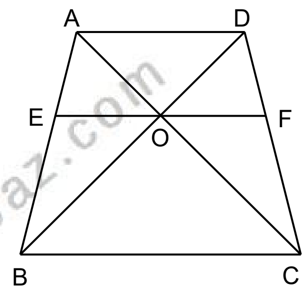
Köşegenlerin kesim noktasından geçen ve tabanlara paralel olan [EF] için,
$|EO|=x=y=|FO|$ dur.

Ayrıca $\frac{1}{x}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$ dir.



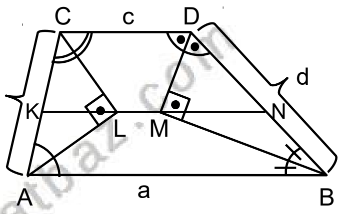
Örnek...4 :

ABCD bir yamuk
[AD] // [EF]// [BC]
[AC] ve [BD] köşegenler.
$|EF|=6$ br
$|BC|=8$ br
olduğuna göre,
$|AD|=x$ kaç birimdir?



YAMUK

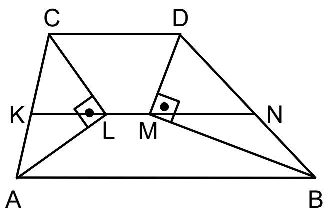
Yan kenar uçlarındaki iç açıortaylar orta taban üzerinde dik kesişir.



$$|LM| = \frac{(a+c)}{2} - \frac{(b+d)}{2}$$

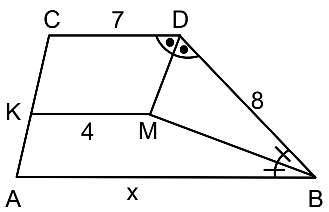
Örnek...5 :

ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
[AL]⊥[CL]
[BM]⊥[DM]
K, L, M, N doğrusal
Çevre(ABDC)=18 br
|AC|+|BD|=8 br
olduğuna göre,
|LM| kaç birimdir?



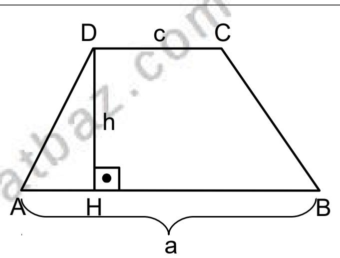
Örnek...6 :

ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
[DM] ve [BM]
iç açıortay
|AK|=|KC|
|BD|=2.|KM|=8 br
|CD|=7 br
olduğuna göre,
|AB|=x kaç birimdir?



ABCD yamuk
[AB]//[CD]

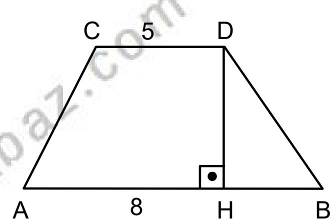
|AB|=a br
|CD|=c br
|DH|=h br
olmak üzere,



$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{(a+c).h}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

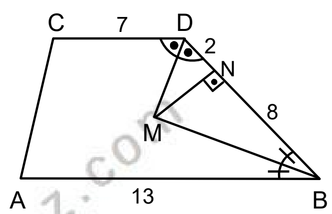
Örnek...7 :

ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
[DH]⊥[AB]
|AH|=8 br
|CD|=5 br
|BD|=|DH|+1=13 br
olduğuna göre,
Alan(ABDC) kaç birimkaredir?



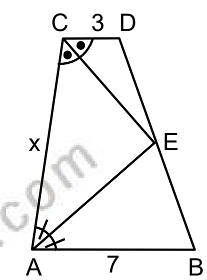
Örnek...8 :

ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
[DM] ve [BM]
iç açıortay
[MN]⊥[BD]
|DN|=2 br
|BN|=8 br
|CD|=7 br
|AB|=13 br
olduğuna göre,
Alan(ABDC) kaç birimkaredir?



Örnek...9 :

ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
[CE] ve [AE]
iç açıortay
E∈[BD]
|CD|=3 br
|AB|=7 br
olduğuna göre,
|AC|=x kaç birimdir?

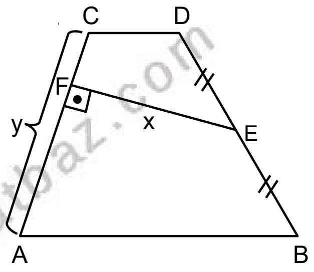


ÇOKGENLER DÖRTGENLER-3

YAMUK

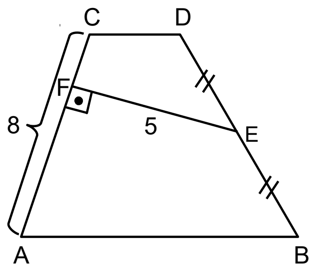
ABDC yamuk
[AB]//[CD]
E orta nokta
$|EF| = x$ br ve
$|AC| = y$ br
olmak üzere,

Alan(ABDC)= x.y br^2
olur.



Örnek...10 :

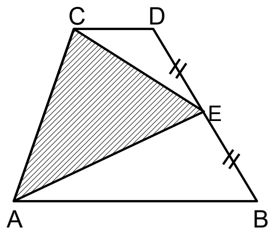
ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
E noktası [BD] nin orta noktası
$|EF| = 5$ br
$|AC| = 8$ br
E noktasının [AB] doğru parçasına uzaklığı 2 br olduğuna göre,
$|AB| + |CD|$ toplamı kaç birimdir?



ABDC yamuk
[AB]//[CD]
E orta nokta ise,

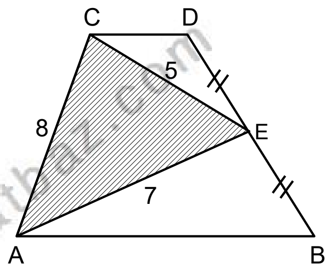
$$A(AEC) = \frac{Alan(ABDC)}{2}$$

dir.



Örnek...11 :

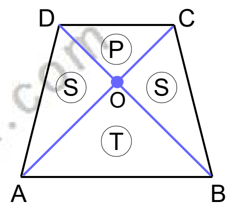
ABDC bir yamuk
[AB]//[CD]
E noktası [BD] nin orta noktası
$|EC| = 5$ br
$|AC| = 8$ br
$|AE| = 7$ br
olduğuna göre,
Alan(ABDC) kaç birimkaredir?



ABCD yamuk ve çember içindeki harfler içinde bulundukları üçgenlerin alanları olmak üzere,

$S^2 = P.T$ ve

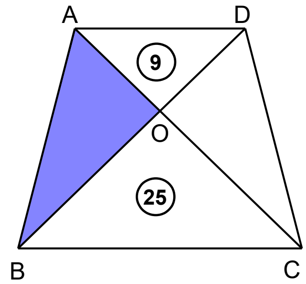
$\text{Alan}(ABCD) = \left(\sqrt{P} + \sqrt{T}\right)^2$
dir.



Örnek...12 :

ABCD bir yamuk
[AD] // [BC]
[AC] ve [BD] köşegenler.
Alan(ADO)=9 br^2
Alan(BOC)=25 br^2
olduğuna göre,

Alan(ABO) kaç birimkaredir?



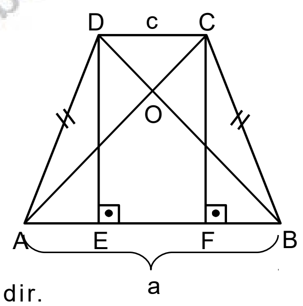
İKİZKENAR YAMUK

ABCD yamuğunda
İç açılar
$m(\hat{A}) = m(\hat{B})$ ve
$m(\hat{C}) = m(\hat{D})$ dir.

Köşegenleri
$|AC| = |BD| = e$ dir.

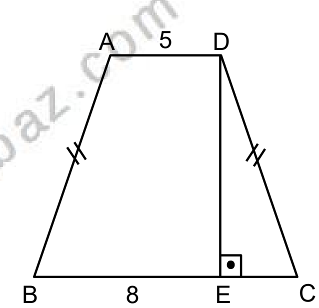
Ayrıca
$|AE| = |FB| = \frac{a-c}{2}$ dir.

Yüksekliği $|DE|^2 = h^2 = |AD|^2 - |AE|^2$ dir.



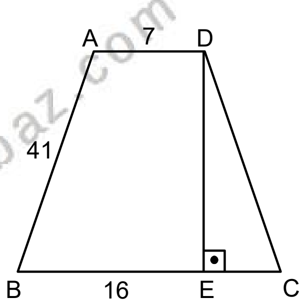
Örnek...13 :

ABCD ikizkenar yamuk
[AD] // [BC]
$|AD| = 5$ br
$|BE| = 8$ br
olduğuna göre,
$|EC|$ kaç birimdir?



Örnek...14 :

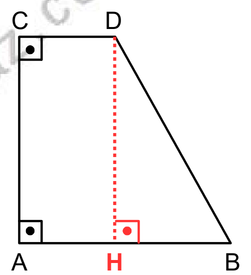
ABCD ikizkenar yamuk
[AD] // [BC]
$[DE]\perp[BC]$
$|AD|=7$ br
$|BE|=16$ br
$|AB|=41$ br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birimkaredir?



DİK YAMUK

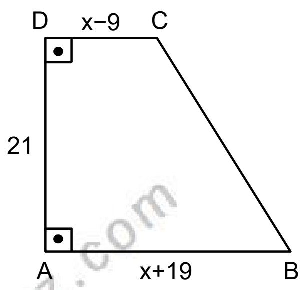
Dik yamuk sorularının çözümünde BDH dik üçgeninde pisagor bağıntısı yazmak kolaylık sağlar.

$|BD|^2=|DH|^2+|BH|^2$ dir.



Örnek...15 :

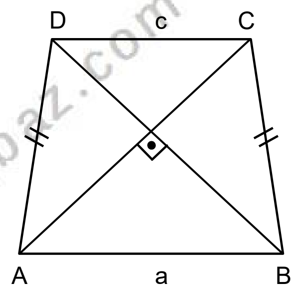
ABCD dik yamuk
[AB] // [CD]
$[AD]\perp[AB]$
$|AD|=21$ br
$|CD|=x-9$ br
$|AB|=x+19$ br
olduğuna göre,
$|BC|$ kaç birimdir?



KÖŞEGENLERİ DİK KESİŞEN YAMUKLAR

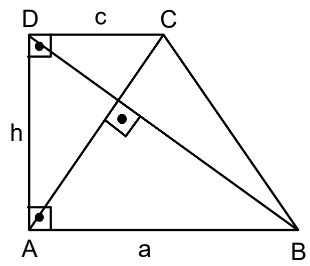
ABCD ikizkenar yamuk
$h=\frac{a+c}{2}$
(köşegenlerin dik kesişmesi sonucunda)

$A(ABCD)=h^2=\frac{|DB|^2}{2}$



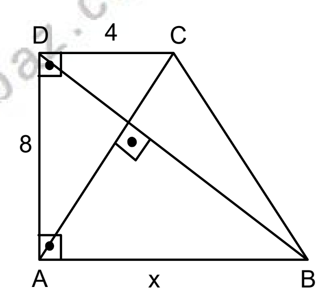
ABCD dik yamuk

$h^2=a.c$ dir.
(köşegenlerin dik kesişmesi sonucunda)



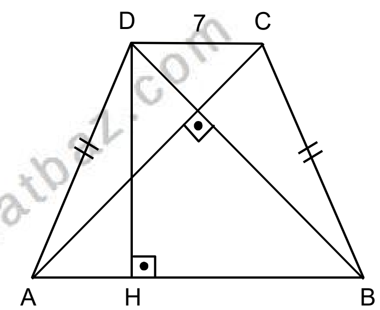
Örnek...16 :

ABCD dik yamuk
[AB] // [CD]
[AC] ve [BD] köşegen
$[AD]\perp[AB]$
$|AD|=8$ br
$|CD|=4$ br
olduğuna göre,
$|AB|=x$ kaç birimdir?



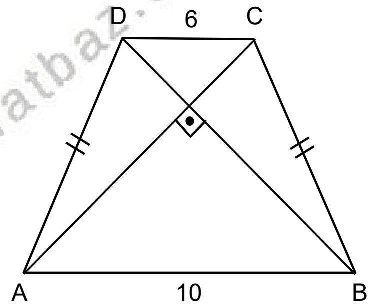
Örnek...17 :

ABCD ikizkenar yamuk
[AB] // [CD]
[AC] ve [BD] köşegen
$[AC]\perp[BD]$
$|CD|=7$ br
$|AB|=9$ br
olduğuna göre,
$|DH|$ kaç birimdir?



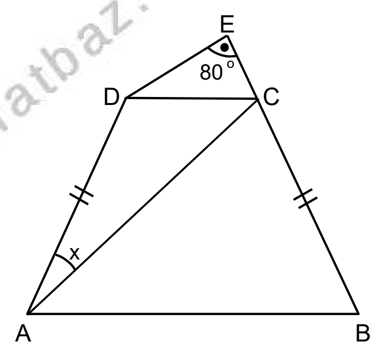
Örnek...18 :

ABCD ikizkenar yamuk
[AB] // [CD]
[AC] ve [BD] köşegen
$[AC] \perp [BD]$
$|CD| = 6$ br
$|AB| = 10$ br
olduğuna göre,
$|AC|$ kaç birimdir?



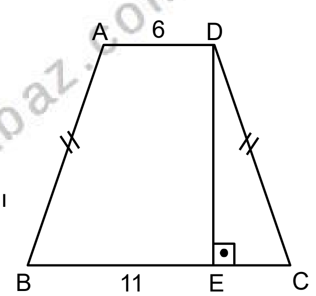
Örnek...19 :

ABCD ikizkenar yamuk
[AB] // [CD]
[AC] köşegen
$|AC| = |BE|$
$m(\widehat{BED}) = 80°$
olduğuna göre,
$m(\widehat{CAD}) = x$ kaç derecedir?



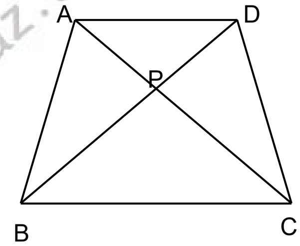
Örnek...20 :

ABCD ikizkenar yamuk
[AD] // [BC]
$|AD| = 6$ br
$|BE| = 11$ br
olduğuna göre,
Çevre(ABCD) tamsayı olarak en az kaç birimdir?



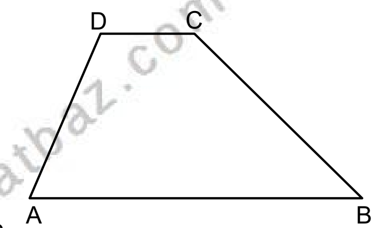
Örnek...21 :

ABCD bir yamuk
[BC] // [AD] ,
$m(\widehat{BPA}) = 90°$,
$|AC| = 4$br , $|DB| = 8$br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birimkaredir ?



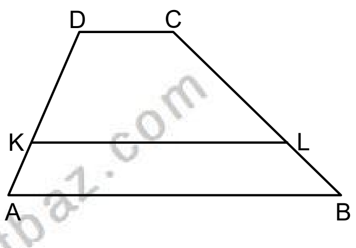
Örnek...22 :

ABCD yamuk
[AB] // [CD]
$|AB| = 17$ br
$|BC| = 12$ br
$|CD| = 7$ br
$|AD| = 10$ br
olduğuna göre,
yamuğun yüksekliği kaçtır?



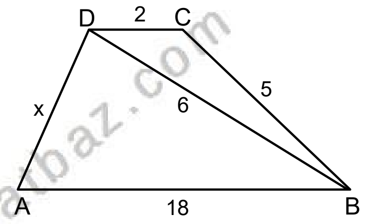
Örnek...23 :

ABCD yamuğunda
[AB] // [CD] // [KL]
$|AB| = 14$ br
$|CD| = 6$ br
$5.|AK| = 3.|KD|$
olduğuna göre,
$|KL|$ kaç birimdir?



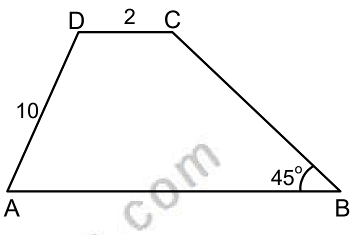
Örnek...24 :

ABCD yamuğunda
[AB] // [CD]
$|AB| = 18$ br
$|BD| = 6$ br
$|BC| = 5$ br
$|CD| = 2$ br
olduğuna göre,
$|AD| = x$ kaç
birimdir?



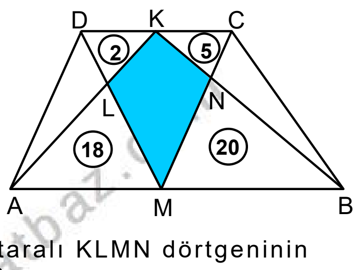
Örnek...25 :

ABCD yamuğunda
[AB] // [CD]
$|AD| = 10$ br
$|BC| = 6\sqrt{2}$ br
$|CD| = 2$ br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç
birimkaredir ?



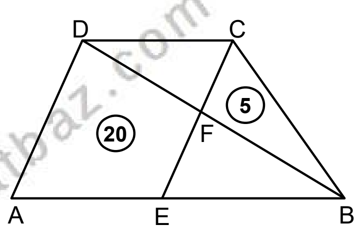
Örnek...26 :

ABCD yamuğunda
[AB] // [CD],
çember içindeki
sayılar içinde
bulundukları en
küçük üçgen
alanını cm^2
türünden
göstermek üzere, taralı KLMN dörtgeninin
alanı kaç cm^2 dir?



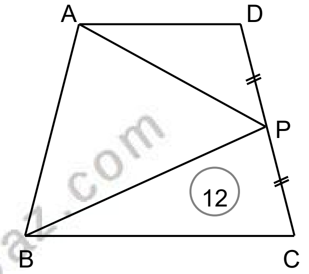
Örnek...27 :

ABCD yamuk
[AB] // [CD] ,
[AD] // [CE]
$A(AEFD) = 20$ br^2
$Alan(BCF) = 5$ br^2
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç
birimkaredir?



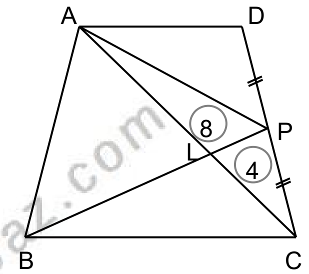
Örnek...28 :

ABCD bir yamuk
[BC] // [AD],
$|DP| = |PC|$,
$A(PBC) = 12$ br^2
$\frac{|AD|}{|BC|} = \frac{2}{3}$ olduğuna
göre A(ABCD) kaç
birim karedir?



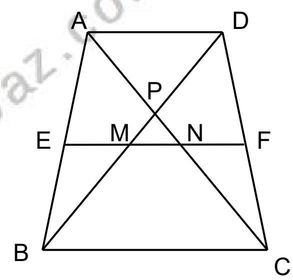
Örnek...29 :

ABCD bir yamuk
[BC] // [AD] ,
$|DP| = |PC|$,
$A(ALP) = 8$ br^2
$A(CLP) = 4$ br^2
veriliyor. A(ABCD)
kaç birim karedir ?

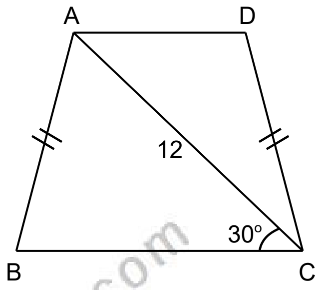


DEĞERLENDİRME

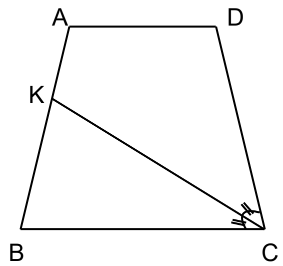
1) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD]
[AC] ve [BD] köşegenler [EF] orta tabandır.
$|PD| = 4\,br$, $|PM| = 2\,br$
$|BC| = 9\,br$
olduğuna göre,
$|EF|$ kaç birimdir?



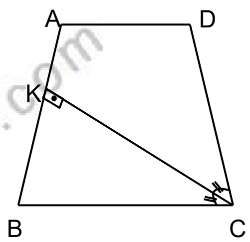
2) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD]
$|AB| = |DC|$
$|AC| = 12\,br$
$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$
olduğuna göre,
A(ABCD) kaç birim karedir?



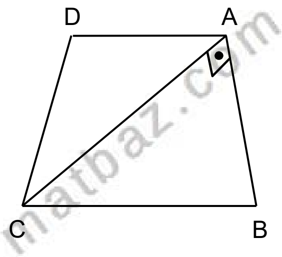
3) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD]
[CK] açıortay
$|AD| + 3 = |DC|$
$\dfrac{|AK|}{|AB|} = \dfrac{1}{4}$
olduğuna göre,
$|BC|$ kaç birimdir?



4) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD]
[CK] açıortay ve
[AB] $\perp$ [CK] veriliyor.
$|BC| = 9 + x\,br$,
$|AD| = x + 1\,br$
$|DC| = x + 3\,br$
olduğuna göre,
$\dfrac{|AK|}{|KB|}$ oranı kaçtır?

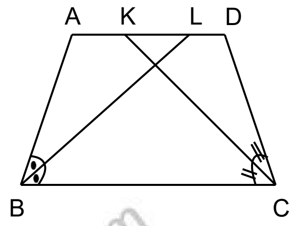


5)

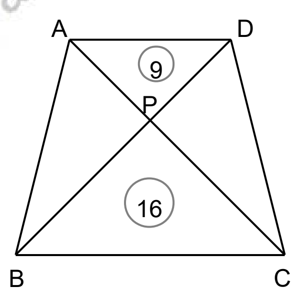


ADCB bir yamuk, [BC] // [AD], $|AB| = 6\,br$,
$|AD| + 6 = |BC|$, $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{DCA})$
olduğuna göre, A(ABCD) kaç birim karedir?

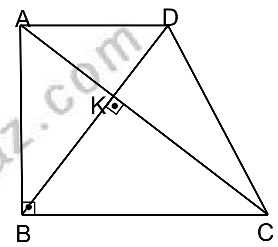
6) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD], [CK],
[BL] açıortay veriliyor
$|AB| + |DC| = 20\,br$,
$|KL| = 2\,br$ olduğuna göre Çevre(ABCD) kaç birimdir?



7) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD]
[AC] ve [BD] köşegenler, daire içindeki sayılar birim kare cinsinden bulunduğu üçgenlerin alanları olmak üzere, A(ABCD) kaç birim karedir?

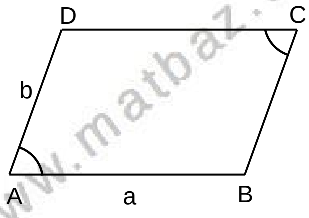


8) ABCD bir yamuk
[BC] // [AD],
[BD] $\perp$ [AC] ve
[AB] $\perp$ [BC] veriliyor.
$|AD| = x - 2\,br$,
$|BC| = x + 2\,br$
$|AB| = 3\sqrt{5}\,br$
olduğuna göre
A(ABCD) olarak kaç birim karedir?



PARALELKENAR

PARALELKENAR TANIMI VE ÇEVRESİ



Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgene PARALELKENAR denir.
[AB]//[CD] ve [AD]//[BC] ise ABCD paralelkenardır.

Paralel olan kenarlar eşittir.
$|AB| = |CD| = a$ cm ve
$|AD| = |BC| = b$ cm dir.

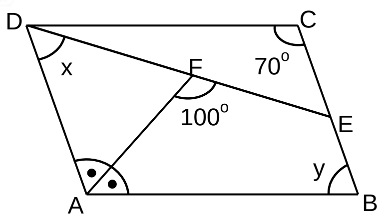
Karşılıklı açıların ölçüleri eşittir.
$m(\hat{A}) = m(\hat{C})$ ve $m(\hat{B}) = m(\hat{D})$

Bir kenarın ucundaki iç açılar bütünlerdir.
$m(\hat{A})+m(\hat{D})=180^o$ $m(\hat{A})+m(\hat{B})=180^o$
$m(\hat{B})+m(\hat{C})=180^o$ $m(\hat{C})+m(\hat{D})=180^o$

Çevre(ABCD)=2.(a+b) dir.

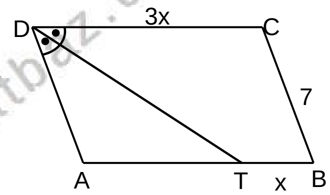
Örnek...1 :

ABCD paralelkenar
[AF] açıortay
$m(\widehat{DCB})=70^o$,
$m(\widehat{ADE})=x$,
$m(\widehat{ABC})=y$
ise y−x kaç derecedir?



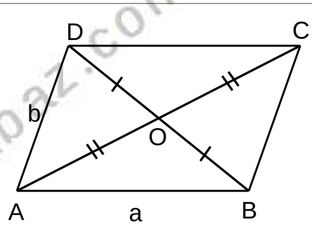
Örnek...2 :

ABCD paralelkenar
$m(\widehat{ADT})=m(\widehat{CDT})$
$|BT| = x$ cm
$|CD| = 3x$ cm
$|BC| = 7$ cm ise
Çevre(ABCD) kaç cm dir?



PARALELKENARDA KÖŞEGENLER

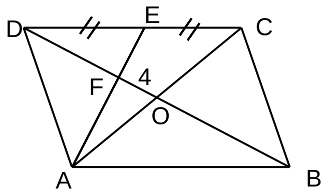
Köşegenler birbirini ortalar.
Köşegenlerin kesim noktası ağırlık merkezidir.
$|AC| = e$, $|BD| = f$ olmak üzere,



$\mathbf{e^2+f^2=2.(a^2+b^2)}$ dir.

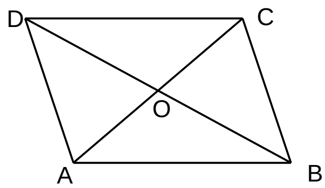
Örnek...3 :

ABCD paralelkenar,
E orta nokta ve O köşegenlerin kesim noktasıdır.
$|OF| = 4$ cm ise
$|BD|$ kaç cm dir?



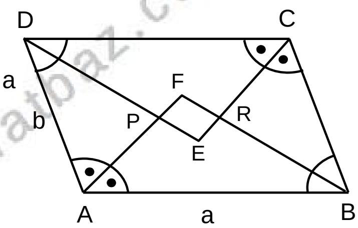
Örnek...4 :

ABCD paralelkenar,
O köşegenlerin kesim noktasıdır.
$|AO| = 4$ cm
$|CD| = 5$ cm
$|BC| = 4$ cm ise
$|BD|$ kaç cm dir?



[AF] , [BF] , [CE] ve [DE] açıortayları orta taban üzerinde dik kesişir.

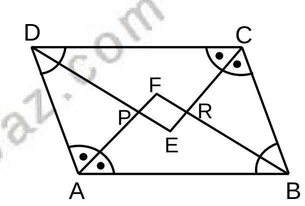
$|PR| = |a-b|$



PERF bir dikdörtgendir.

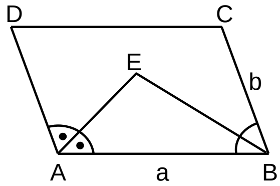
Örnek...5 :

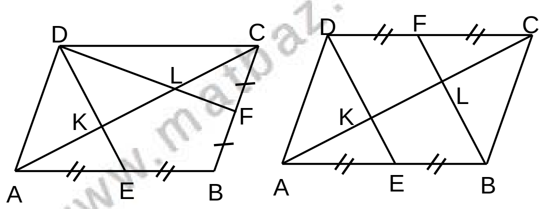
ABCD paralelkenar, [AF], [BF], [CE] ve [DE] açıortaylar. $3.|AD| = 2.|AB|$ olduğuna göre, $\frac{|EF|}{\text{Çevre}(ABCD)}$ oranı kaçtır?



Örnek...6 :

ABCD paralelkenar, [AE] ve [BE] açıortaylar. $|AB| = a$ cm $|BC| = b$ cm olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntıyı bulunuz?



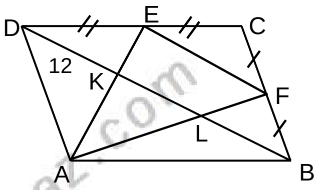


ABCD paralelkenarında, E ile F kenarların orta noktaları olmak üzere,

$|AK| = |KL| = |LC|$ dir.

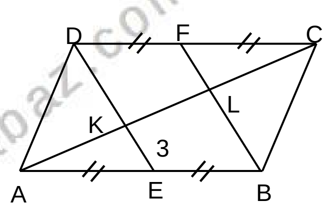
Örnek...7 :

ABCD paralelkenar, AEF üçgen [DB] köşegen ve E ile F orta noktalardır. $|DK| = 12$ cm ise $|EF| - |BL|$ kaç cm dir?



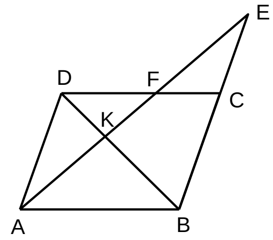
Örnek...8 :

ABCD paralelkenar, [AC] köşegen E ve F bulundukları kenarların orta noktası ve $|KE| = 3$ cm ise $|BF|$ kaç cm dir?



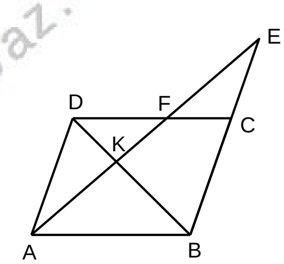
ABCD paralelkenarında, [BD] köşegen olmak üzere,

$|AK|^2 = |KF|.|KE|$



Örnek...9 :

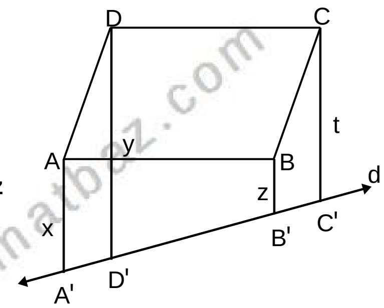
ABCD paralelkenar, ABE üçgen ve B, K, D doğrusaldır. $|AK| = 6$ cm $|FE| = |KF| + 1$ $|AE|$ kaç cm dir?



ABCD paralelkenar, $[AA']//[BB']//[CC']//[DD']$ olmak üzere, $|AA'| = x$ cm $|BB'| = z$ cm $|CC'| = t$ cm $|DD'| = y$ cm ise,

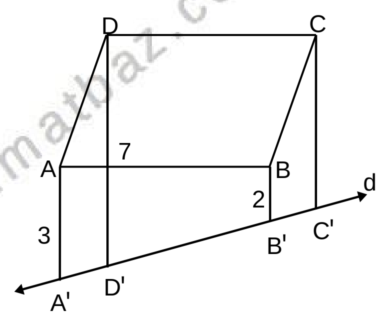
x+t = y+z

dir.



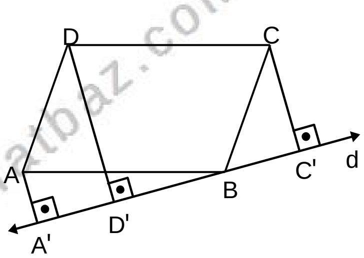
Örnek...10 :

ABCD paralelkenarında, [AA']//[BB']//[CC']//[DD'] olmak üzere,
|AA'| = 3 br
|BB'| = 2 br
|DD'| = 7 br ise,
|CC'| kaç br dir?



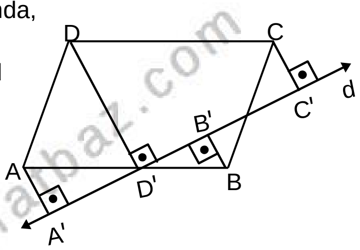
Örnek...11 :

ABCD paralelkenarında,
[AA'] $\perp$ d
[CC'] $\perp$ d
[DD'] $\perp$ d
|AA'| = a br
|CC'| =(a+5) br
|DD'| =(a+7) br
ise, |CC'| kaç br dir?



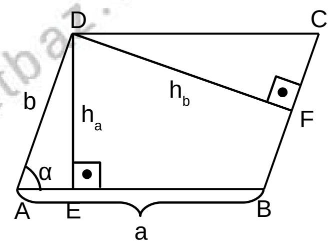
Örnek...12 :

ABCD paralelkenarında,
[AA'] $\perp$ d , [BB'] $\perp$ d
[CC'] $\perp$ d , [DD'] $\perp$ d
|AA'| = 3 br
|BB'| = 2 br
|CC'| = 4 br ise,
|DD'| kaç br dir?



PARALELKENARDA ALAN ÖZELLİKLERİ

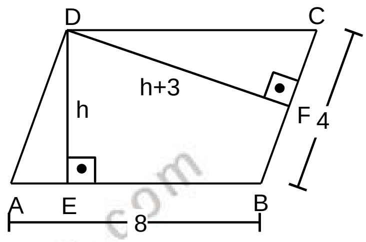
ABCD paralelkenarı için alan şöyle hesaplanır.



Alan(ABCD)=a.h_a = b.h_b = a.b.sinα

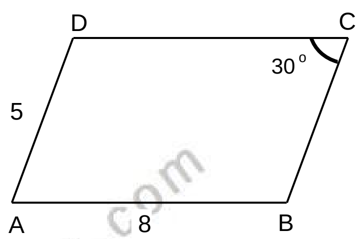
Örnek...13 :

ABCD paralelkenar
[DE] $\perp$ [AB]
[DF] $\perp$ [BC]
|DE| = h br
|DF| = h+3 br
|AB| = 8 br
|BC| = 4 br
olduğuna göre,
|AE| kaç birimdir?

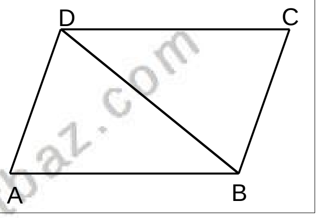


Örnek...14 :

ABCD paralelkenar
m($\widehat{BCD}$)=30°
|AB| = 8 br
|AD| = 5 br
olduğuna göre, paralelkenarın iç bölgesinde alınan bir noktanın kenarlara uzaklıkları toplamı kaçtır?

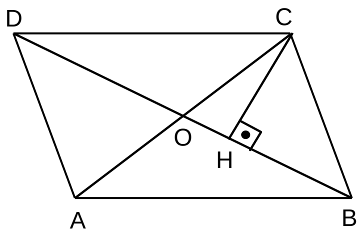


[BD] köşegeni paralelkenar alanını iki eşit bölgeye ayırır.

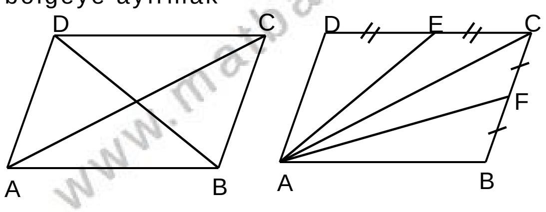


Örnek...15 :

ABCD paralelkenar
[CH] $\perp$ [BD]
[BD] $\cap$ [AC]={O}
$5.|OH|=2.|OD|$
$|AD|$ = 5 br
$|CH|$ = 4 br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?

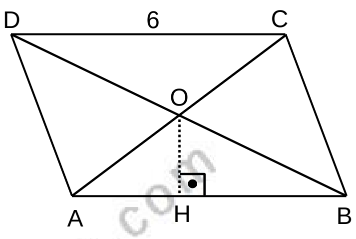


ABCD paralel kenarının alanını 4 eşit bölgeye ayırmak



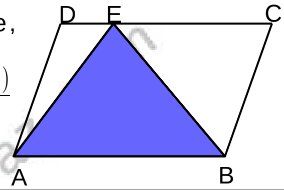
Örnek...16 :

ABCD paralelkenar
[OH] $\perp$ [AB]
[BD] $\cap$ [AC]={O}
$|CD|$ = 6 br
$|OH|$ = 2 br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



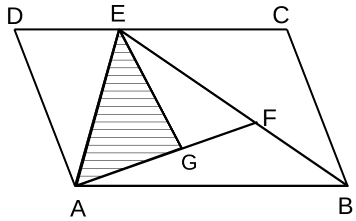
E $\in$ [DC] olmak üzere,

$$\text{Alan}(\overset{\triangle}{AEB})=\frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$$



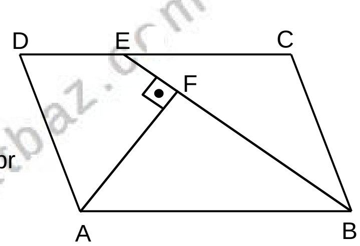
Örnek...17 :

ABCD paralelkenar
E $\in$ [CD]
$|EB|=4.|BF|$
$2.|AG|=3.|FG|$
Alan(ABCD)= $\frac{280}{3}$ br^2
olduğuna göre,
Alan(AEG) kaç birim karedir?

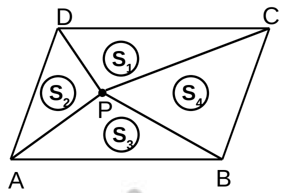


Örnek...18 :

ABCD paralelkenar
E $\in$ [CD]
[AF] $\perp$ [BE]
$2.|EB|=6.|AF|$=18 br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



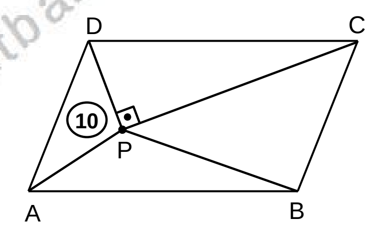
P paralelkenarın içinde bir nokta ve çember içindeki ifadeler üçgenlerin alanını belirtmek üzere,



$S_1+S_3=S_2+S_4$ olur.

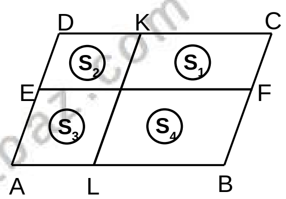
Örnek...19 :

ABCD paralelkenar
[DP] $\perp$ [CP]
$m(\widehat{CDP})=5.m(\widehat{DCP})$
$|AB|$ = 16 br
Alan(ADP)=10 br^2
olduğuna göre,
Alan(BCP)−Alan(APB) kaç birim karedir?



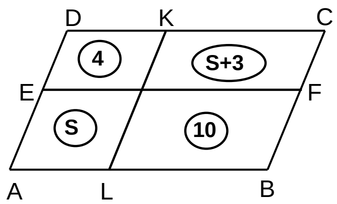
ABCD paralelkenar
[AB] // [EF]
[BC] // [KL]
olmak üzere,

$S_1 . S_3 = S_2 . S_4$ olur.

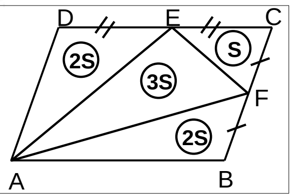


Örnek...20 :

ABCD paralelkenar
[AB] // [EF] ,
[BC] // [KL] ve şekilde verilen alanlara göre, Alan(ABCD) kaç birim karedir?

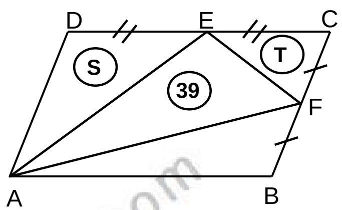


ABCD paralelkenar,
E ile F kenarların orta noktaları olmak üzere, üçgensel bölgelerin alanları şekildeki gibidir.

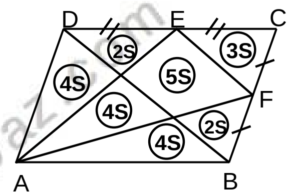


Örnek...21 :

ABCD paralelkenar
Alan(ADE)=S br^2
Alan(AEF)=39 br^2
Alan(CEF)=T br^2
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?

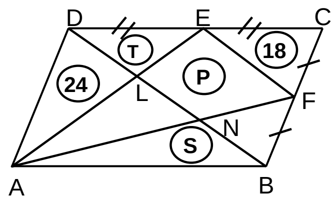


ABCD paralelkenar,
E ile F kenarların orta noktaları ve [BD] köşegen olmak üzere, üçgensel bölgelerin alanları şekildeki gibidir.

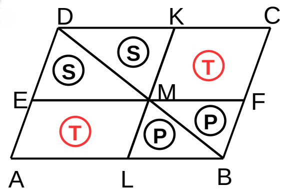


Örnek...22 :

ABCD paralelkenar
Alan(ADL)=24 br^2
Alan(CEF)=18 br^2
Alan(DEL)=T br^2
Alan(FELN)=P br^2
Alan(BAN)=S br^2
olduğuna göre,
T+P+S toplamı kaç birim karedir?



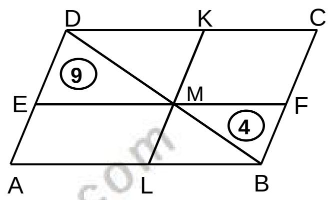
ABCD paralelkenar,
[AB] // [EF] ,
[BC] // [KL] ve
[BD] köşegen
olmak üzere,



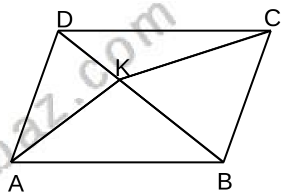
Alan(ALME)=Alan(FCKM) dir.

Örnek...23 :

ABCD paralelkenar
[AB] // [EF] ,
[BC] // [KL] ve
[BD] köşegendir.
Alan(DEM)=9 br^2
Alan(BMF)=4 br^2
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



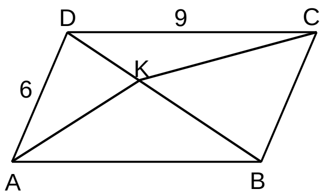
ABCD paralelkenar, [BD] köşegeni üzerinde herhangi bir K noktası için,



Alan(ABK)=Alan(BCK) dır.

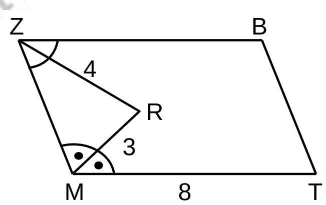
Örnek...24 :

ABCD paralelkenarında [BD] köşegendir.
$|AD| = 6$ br
$|CD| = 9$ br ve
K noktasının [AB] ye uzaklığı 4 br olduğuna göre,
K noktasının [BC] ye uzaklığı kaç birimdir?



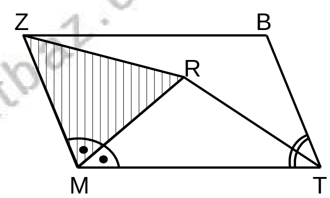
Örnek...25 :

MTBZ paralelkenarında [MR], [ZR] açıortay
$|MR| = 3$ br
$|ZR| = 4$ br
$|MT| = 8$ br
olduğuna göre,
Alan(MTBZ) kaç birim karedir?



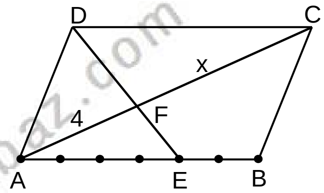
Örnek...26 :

MTBZ paralelkenarında [MR], [TR] açıortay Alan(MRZ)=13 br^2 olduğuna göre,
Alan(MTBZ) kaç birim karedir?



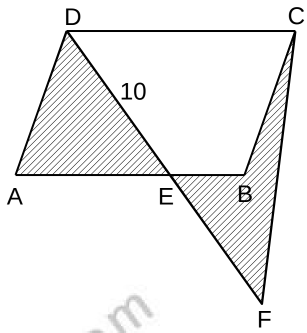
Örnek...27 :

ABCD paralelkenarında [AB] 6 eşit parçaya bölünmüştür.
$[AC] \cap [DE]=\{F\}$
$|AF| = 4$ br
olduğuna göre,
$|CF| = x$ kaç birimdir?



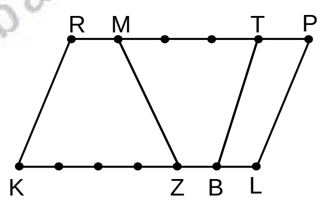
Örnek...28 :

ABCD paralelkenarında taralı alanlar birbirine eşit ve $|DE| = 10$ br olduğuna göre,
$|EF|$ kaç birimdir?



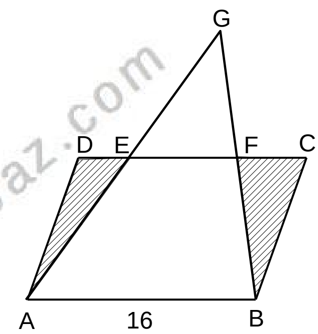
Örnek...29 :

KLPR paralelkenarında [KL] 6 eşit parçaya, [PR] 5 eşit parçaya bölünmüştür.
Buna göre, $\dfrac{\text{Alan}(MTBZ)}{\text{Alan}(KLPR)}$ oranı kaçtır?



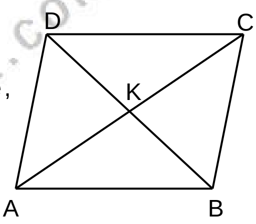
Örnek...30 :

ABCD paralelkenarında taralı alanların toplamı EFG üçgeninin alanına eşit ve $|AB| = 16$ br olduğuna göre,
$|EF|$ kaç birimdir?

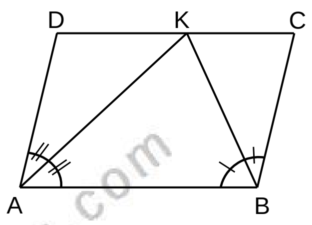


DEĞERLENDİRME – 1

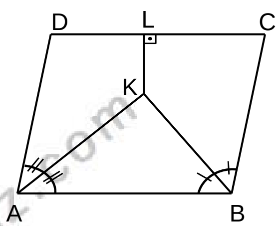
1) ABCD bir paralelkenar
$[AC] \cap [BD]=\{K\}$
$|AC|=8\,br$, $|DK|=6\,br$,
$|AB|=8\,br$ olduğuna göre,
$|BC|$ kaç birimdir?



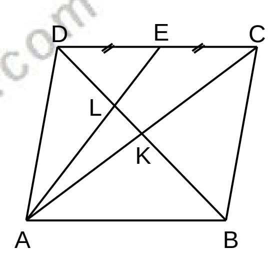
2) ABCD bir paralelkenar [AK], [BK] açıortaylar,
$K \in [DC]$,
$|AB|=|BC|+4$,
olduğuna göre
Ç(ABCD) kaç birimdir?



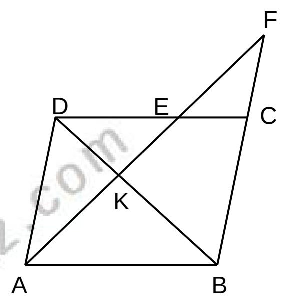
3) ABCD bir paralelkenar
$[KL] \perp [CD]$, [AK] ve [BK] açıortaylar veriliyor
$|DL|=6\,br$, $|LC|=14\,br$
$|LK|=3$ olduğuna göre,
Ç(ABCD) kaç birimdir?



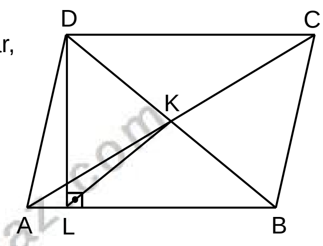
4) ABCD bir paralelkenar
$[AC] \cap [BD]=\{K\}$ ve
E, [DC] nin orta noktası olarak veriliyor.
$|LK|=4\,br$ olduğuna göre,
$|BD|$ kaç birimdir?



5) ABCD bir paralelkenar,
A,K,E,F doğrusal noktalar.
$[AF] \cap [DB]=\{K\}$
$|AK|=2x$ br,
$|KE|=1+x$ br,
$|EF|=2+x$ br
olduğuna göre $|AF|$ kaç birimdir?

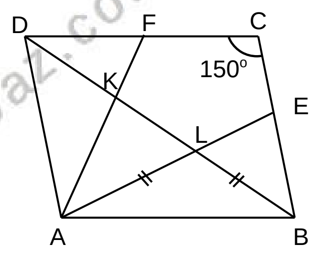


6) ABCD bir paralelkenar,
$[DL] \perp [AB]$
$|LK|=5$ br
$3.|AL|=|BL|=6$ br
olduğuna göre
A(ABCD) kaç birim karedir?

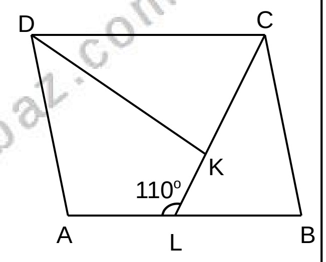


DEĞERLENDİRME − 2

1) ABCD bir paralelkenar F [DC]' nin, E [BC]' nin orta noktasıdır. $m(\widehat{C})=150^{o}$, $|DF|=4\sqrt{3}$ br olduğuna göre, A(ABCD) kaç birim karedir?

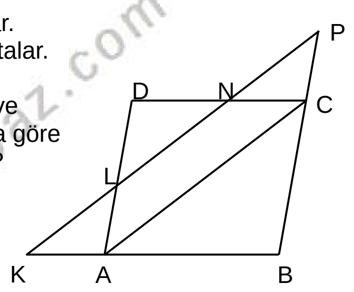


2) ABCD bir paralelkenar [CL], [DK] açıortaylar $m(\widehat{ALK})=110^{o}$, olduğuna göre $m(\widehat{ADK})$ kaç derecedir?

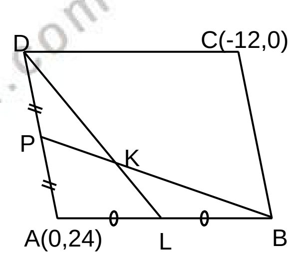


3) ABCD paralelkenarında A(1,2), B(−5,−3), C(7,−6) ve D(m,n) ise
a) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$ iç çarpımı kaçtır?
b) BD doğrusunun eğimi kaçtır?

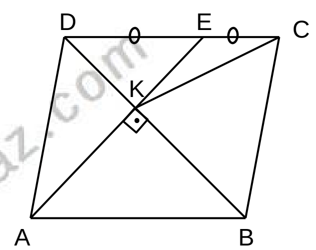
4) ABCD bir paralelkenar.
K,L,N,P doğrusal noktalar.
[AC] // [KP]
$|LK|=x$, $|NL|=x+1$ ve
$|NP|=2x-1$ olduğuna göre
$|KP|$ kaç birimdir?



5) ABCD bir paralelkenar,
P [AD]'nin ,
L [AB]'nin orta noktalarıdır.
A(0,24) ve C(−12,0)
ise K noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

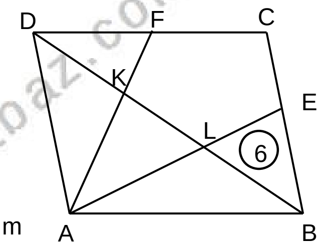


6) ABCD bir paralelkenar,
E [DC]'nin orta noktasıdır.
$m\widehat{KCB}=32^{o}$
$m(\widehat{KBC})-m(\widehat{EKC})=?$

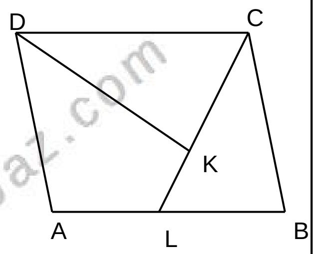


DEĞERLENDİRME – 3

1) ABCD bir paralelkenar
F [DC]'nin,
E [BC]'nin orta noktasıdır.
Alan(ELB)=6 br^2
olduğuna göre,
A(ABCD) kaç birim karedir?

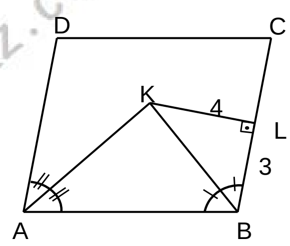


2) ABCD bir paralelkenar,
L [AB] 'nın orta noktası
$3.|LK|=2.|CK|$,
olduğuna göre
$\dfrac{A(ABCD)}{A(DKC)}$ kaçtır?

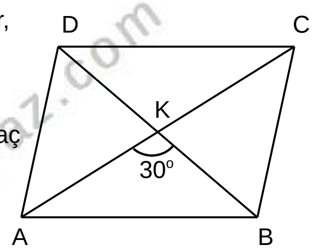


3) ABCD paralelkenarının köşe koordinatları A(0,0), B(8,0), C(10,6) ve D(m,n) olarak veriliyor. Buna göre paralelkenarının alanını koordinat düzleminde çizerek hesaplayınız.

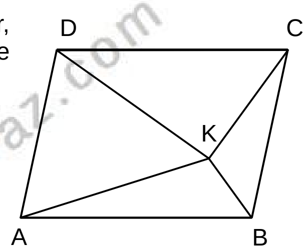
4) ABCD bir paralelkenar.
[KL] $\perp$ [CB],
[AK] ve [BK] açıortay
$|DL|=3br$
$|KL|=4\,br$
$|KB|=|CL|$
olduğuna göre,
A(ABCD) kaç birimdir?



5) ABCD bir paralelkenar,
$m(\widehat{AKB})=30^o$
$|AK|=6$ br ,
$|DK|=14$ br ise
paralelkenarın alanı kaç birim karedir?

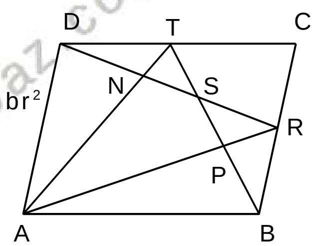


6) ABCD bir paralelkenar,
K paralelkenarın içinde herhangi bir noktadır.
Alan(AKD)=9−S br^2
Alan(BKC)=3+S br^2
A(KDC)=A(AKB)+2
olduğuna göre,
Alan(BAK) kaçtır?

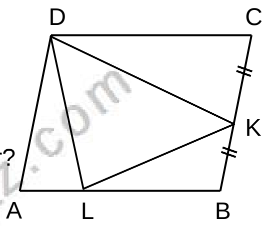


DEĞERLENDİRME − 4

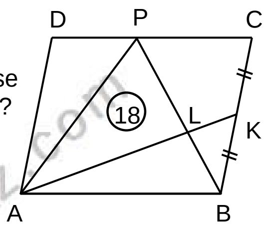
1) ABCD bir paralelkenar
$A(APB) - A(SPR) = 6\ br^2$
$A(TNS) = 4\ br^2$
olduğuna göre
A(ADN) kaç birim karedir?



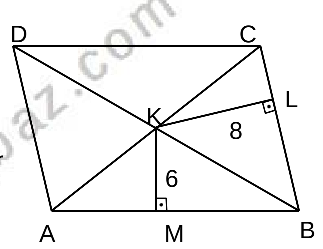
2) ABCD bir paralelkenar
$|CK| = |KB|$
$2.|AL| = |LB|$ ve
Alan(DAL)=12 br^2 ise
A(ABCD) kaç birim karedir?



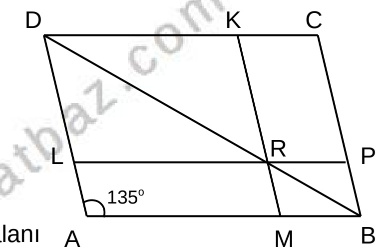
3) ABCD bir paralelkenar
$|CK| = |KB|$ ve
$A(PAL) = 6.A(BLK) = 18\ br^2$ ise
A(ABCD) kaç birim karedir?



4) ABCD bir paralelkenar.
$[KL] \perp [CB]$
$[KM] \perp [AB]$,
$|KM| = 6\,br, |KL| = 8\,br$
$m(\widehat{BCD}) = 120^o$
olduğuna göre
A(ABCD) kaç birimdir?



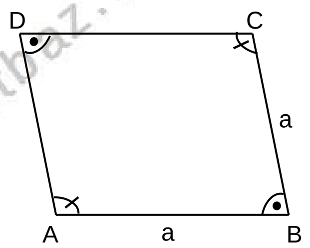
5) ABCD bir paralelkenar,
AD // KM ,
AB // LP
$|LR| = 10$ br ,
$|RM| = 4$ br
$6.|BM| = |AB|$ ise
paralelkenarın alanı kaç birim karedir?



EŞKENAR DÖRTGEN

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Dört kenarının uzunluğu birbirine eşit olan paralel kenara eşkenar dörtgen denir.



ABCD eşkenar dörtgen ise

1) [AB] // [DC] ,
[AD] // [BC] dir.

2) $|AB|=a$ ise Çevre(ABCD)=4.a dır.

ABCD eşkenar dörtgeninde,

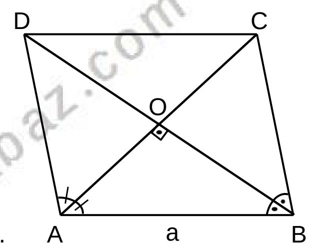
3) Köşegen uzunlukları eşit değildir.

4) Köşegenler birbirini dik ortalar.
$[AC]\perp[BD]$,

$|AO|=|OC|, |DO|=|OB|$

5) Köşegenler açıortaydır.

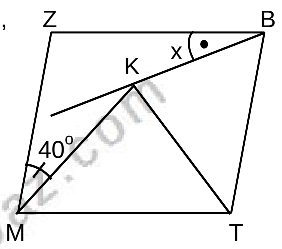
6) O noktası ağırlık merkezidir.



Örnek...1 :

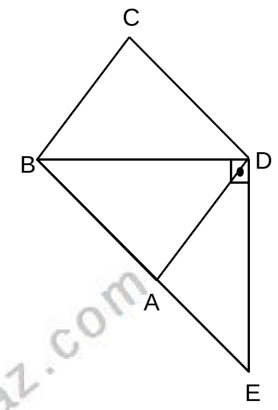
MTBZ eşkenar dörtgen, MTK eşkenar üçgendir. $m(\widehat{KMZ})=40^o$ ise

$m(\widehat{KBZ})=x$ kaç derecedir?



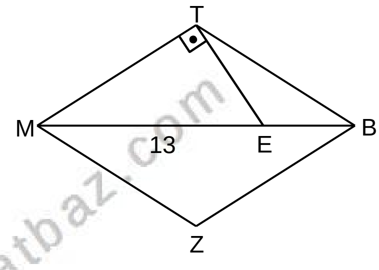
Örnek...2 :

ABCD eşkenar dörtgen
BDE dik üçgen
$BD \perp DE$
$m(\widehat{BCD})=3.m(\widehat{ADB})$
olduğuna göre, $m(\widehat{BED})$ kaç derecedir?



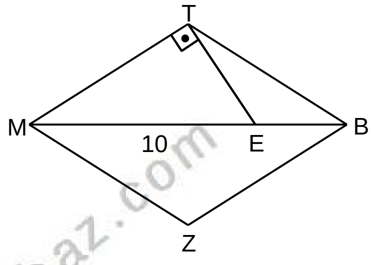
Örnek...3 :

[BM] , MTBZ eşkenar dörtgeninin köşegeni, TEM dik üçgen ve $MT \perp ET$ dir.
$|ME|=13$ br
$|BE|=5$ br
olduğuna göre, $|TE|$ kaç birimdir?



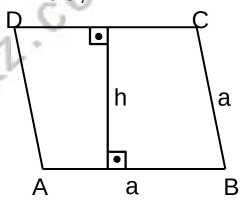
Örnek...4 :

[BM] , MTBZ eşkenar dörtgeninin köşegeni, TEM dik üçgen ve $MT \perp ET$ dir.
$|ME|=10$ br
$|BE|=6$ br
olduğuna göre, Çevre(MTBZ)kaç birimdir?

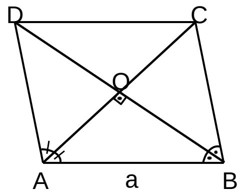


7) ABCD eşkenar dörtgeninde,

Alan(ABCD)=a.h



Alan(ABCD)= $\frac{|AC|.|BD|}{2}$

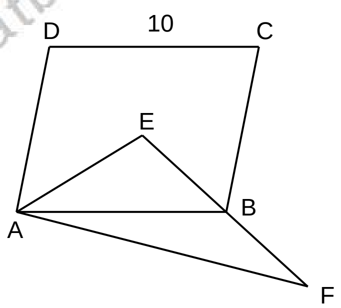


NOT

Eşkenar dörtgen özel bir paralelkenar olduğundan paralelkenarın tüm özellikleri eşkenar dörtgende de geçerlidir.

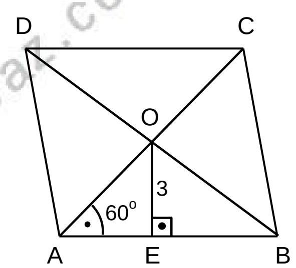
Örnek...5 :

ABCD bir eşkenar dörtgen, E köşegenlerin kesim noktası ve AEF üçgendir.
$|DC|=10$br
$|AE|=8$br ,
$|AF|=8\sqrt{2}$br
olduğuna göre, Alan(ABF) kaç birim karedir?



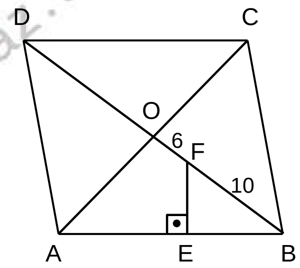
Örnek...6 :

ABCD bir eşkenar dörtgen, O köşegenlerin kesim noktasıdır.
AB ⊥ OE
$m(\widehat{BAC})=60^o$,
$|OE|=3$br
olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç birim karedir?



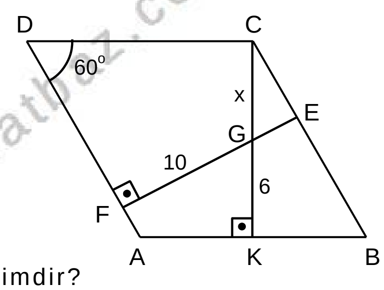
Örnek...7 :

ABCD bir eşkenar dörtgen, O köşegenlerin kesim noktasıdır.
AB ⊥ EF
$|OF|=6$br
$|AE|=|BE|$
$|FB|=10$br
olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç birim karedir?



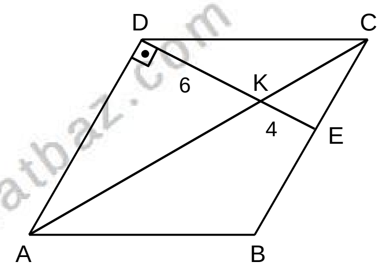
Örnek...8 :

ABCD bir eşkenar dörtgen,
AB ⊥ CK
AD ⊥ EF
$m(\widehat{ADC})=60^o$
$|GK|=6$br
$|GF|=10$br
olduğuna göre,
$|GC|=x$br kaç birimdir?



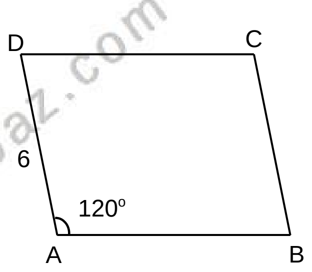
Örnek...9 :

ABCD bir eşkenar dörtgen,
AD ⊥ DE
$[AC]\cap[DE]=\{K\}$
$|DK|=6$br
$|KE|=4$br
olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç birim karedir?

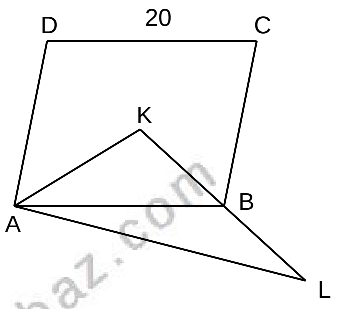


DEĞERLENDİRME – 1

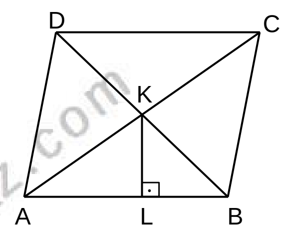
1) ABCD bir eşkenar dörtgen
$m(\widehat{DAB}) = 120^\circ$
$|AD| = 6\,br$,
olduğuna göre, A(ABCD) kaç birimdir?



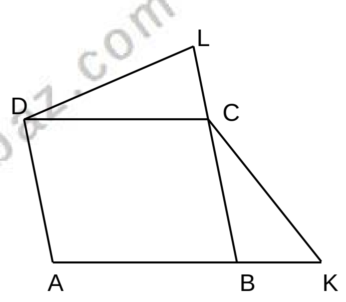
2) ABCD bir eşkenar dörtgen, K köşegenlerin kesim noktası ve AKL üçgendir.
$|DC| = 20\,br$
$|AK| = 16br$,
$|AL| = 16\sqrt{2}br$
olduğuna göre, Alan(ABL) kaç birim karedir?



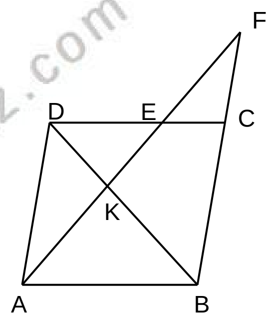
3) ABCD bir eşkenar dörtgen
[KL] ⊥ [AB] ,
$m\widehat{ADC} = 120^\circ$
$|LK| = 6\,br$
olduğuna göre, Çevre(ABCD) kaç birimdir?



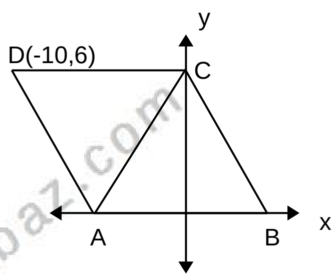
4) ABCD bir eşkenar dörtgen
$m(\widehat{DLB}) = 30^\circ$
$m(\widehat{CKA}) = 45^\circ$,
$L \in BC$, $K \in BA$,
olduğuna göre,
$\frac{|DL|}{|KC|}$ oranı kaçtır?



5) ABCD bir paralelkenar
$|AK| = 2x$
$|KE| = 1+x$
$|EF| = 2+x$
olduğuna göre,
$|AF|$ kaç birimdir?

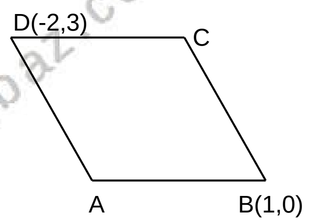


6) ABCD eşkenar dörtgeninin AB kenarı Ox ekseninde olup D(−10,6) veriliyor. AC köşegen uzunluğu kaç birimdir?

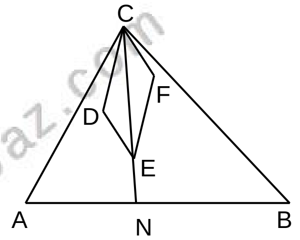


DEĞERLENDİRME – 2

1) ABCD bir eşkenar dörtgen $D(-2,3)$ ve $B(1,0)$ veriliyor. Buna göre AC köşegeninin üzerinde bulunduğu doğru denklemi nedir?

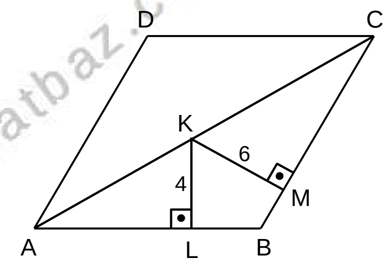


2) CDEF bir eşkenar dörtgen, ABC bir üçgendir.
$m(\widehat{ACD})=m(\widehat{BCF})$
C, E, N doğrusal noktalardır.
$|AN|=3$,
$2|AC|=|CB|=\frac{4}{3}|NB|$
Alan(ABC) kaç birim karedir?



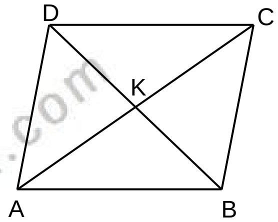
3) Dar açılarından biri 45 derece olan ve bir kenar uzunluğu 12 cm olan eşkenar dörtgenin alanı kaç birim karedir?

4) ABCD bir eşkenar dörtgen,
$AB \perp KL$
$BC \perp KM$
$|KM|=6\,br$
$|KL|=4\,br$
$|CD|=9\,br$
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



5) Alanı 40 birim kare olan eşkenar dörtgenin çevresi 20 birimdir. Bu dörtgenin içinde alınan bir noktanın kenarlara uzaklıkları toplamı kaçtır?

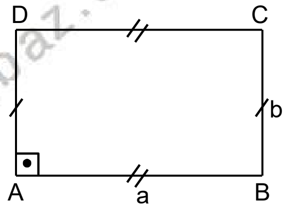
6) ABCD bir eşkenar dörtgen
$|AC|^2+|BD|^2=144\,br^2$
olduğuna göre, Çevre(ABCD) kaç birimdir?



DİKDÖRTGEN

TANIM VE ÖZELLİKLER

Bir iç açısının ölçüsü 90° olan paralelkenara dikdörtgen denir.



Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir.
[AB]//[CD] , [AD]//[BC] dir.

Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.
$|AB|=|DC|$, $|AD|=|BC|$ dir.

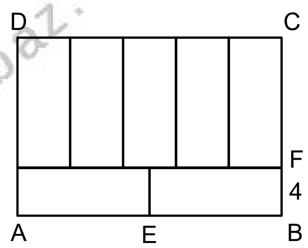
Çevre (ABCD)=2.(a+b)

UYARI

Dikdörtgen özel bir paralelkenar olduğundan paralelkenarın tüm özellikleri dikdörtgende de geçerlidir.

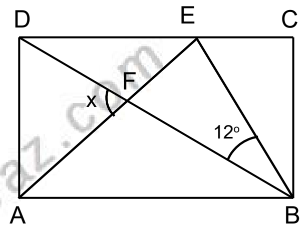
Örnek...1 :

ABCD dikdörtgeni 7 özdeş dikdörtgen-den şekildeki gibi elde edilmiştir.
$|BF| = 4$ br ise
Çevre(ABCD) kaç birimdir?



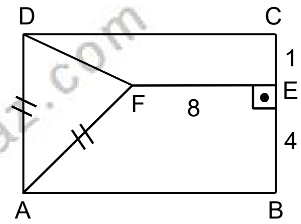
Örnek...2 :

ABCD dikdörtgen
$|AB|=|BE|=2.|EC|$
$m(\widehat{DBE})=12°$ ise
$m(\widehat{AFD})=x$ kaç derecedir?



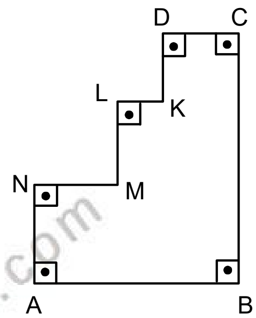
Örnek...3 :

ABCD dikdörtgen
$[AC] \perp [EF]$
$|AD|=|AF|$
$|EF|=2.|EB|=8$ br
$|EC|=1$ br ise
$|CD|$ kaç birimdir?



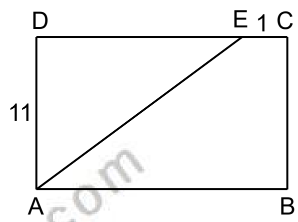
Örnek...4 :

Yandaki şekilde köşelerdeki açılar dik açıdır.
$|AB| = 11$ br
$|BC| = 13$ br ise
şeklin çevresi kaç birimdir?



Örnek...5 :

ABCD dikdörtgen
$|AB|=|AE|$
$|AD| = 11$ br
$|CE| = 1$ br
olduğuna göre,
$|AB|$ kaç birimdir?

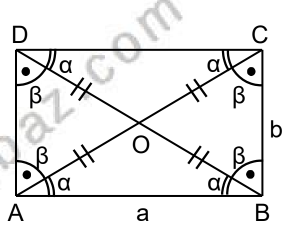


ÖZELLİK

Köşegen uzunlukları eşittir. Uzunluğu ise
$|AC|=|BD|=\sqrt{a^2+b^2}$
dır.

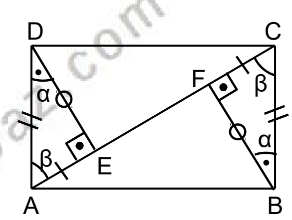
Köşegenler birbirini ortalar.
$|AO|=|CO|=|OB|=|OD|$

Köşegenler açıortay değildir.



ÖZELLİK

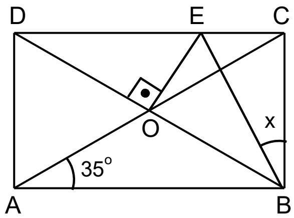
ABCD dikdörtgen
$m(\widehat{DAC})=m(\widehat{ACB})$
$m(\widehat{ADE})=m(\widehat{CBF})$
$|AB|=|BC|$
olduğundan (A.K.A) eşlik teoreminden
$\overset{\Delta}{AED}\cong\overset{\Delta}{CFB}$ dir.



Ayrıca bu şekilde GİZLİ ÖKLİD vardır.
$|DE|^2=|AE|.|CE|$ veya $|FB|^2=|AF|.|CF|$ dir.

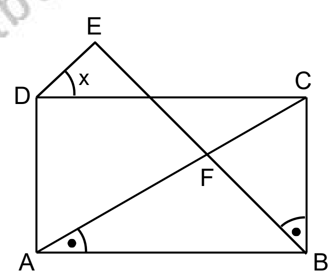
Örnek...6 :

ABCD dikdörtgeninde O köşegenlerin kesim noktasıdır.
$[BD]\perp[EO]$
$m(\widehat{BAC})=35^\circ$ ise
$m(\widehat{CBE})=x$ kaç derecedir?



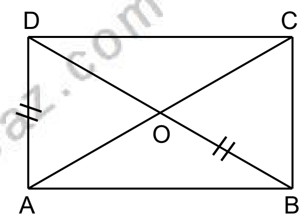
Örnek...7 :

ABCD dikdörtgen
$|AC|=|BE|$
$m(\widehat{BAC})=m(\widehat{CBE})$
olduğuna göre,
$m(\widehat{EDC})=x$ kaç derecedir?



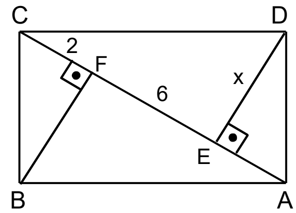
Örnek...8 :

ABCD dikdörtgeninde O köşegenlerin kesim noktasıdır.
$|AD|=|BO|$ ve
$|CD|=6$ br ise
$|AC|$ kaç birimdir?



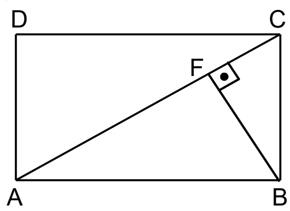
Örnek...9 :

ABCD dikdörtgen
$[BF]\perp[AC]$
$[DE]\perp[AC]$
$|CF|=2$ br
$|EF|=6$ br ise
$|DE|=x$ kaç birimdir?



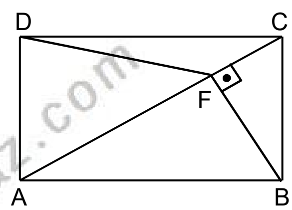
Örnek...10 :

ABCD dikdörtgen
$[BF]\perp[AC]$, $|AF|>|FC|$,
$|AC|=7$ br
$|BF|=2\sqrt{3}$ br ise
$|AD|$ kaç birimdir?



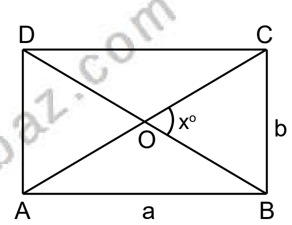
Örnek...11 :

ABCD dikdörtgen
$[BF]\perp[AC]$
$|AF|=|FC|+5=9$ br
olduğuna göre,
$|FD|$ kaç birimdir?



ÖZELLİK

ABCD dikdörtgen
$|AB| = a$ br
$|BC| = b$ br
olmak üzere,



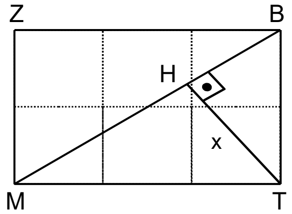
Alan(ABCD)=a.b br^2

$m(\widehat{BOC})=x^\circ$ ise

Alan(ABCD)= $\frac{1}{2}.|AC|^2.\sin x^\circ$

Örnek...12 :

MTBZ dikdörtgeni 6 birim kareye bölünmüştür.
$[TH] \perp [BM]$
olduğuna göre,
$|TH| = x$
kaç birimdir?

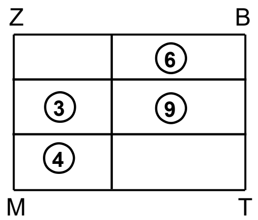


Örnek...13 :

Bir dikdörtgenin kenarlarından biri % 20 oranında uzatıldığında alanının değişmemesi için öteki kenarı % kaç kısaltılmalıdır?

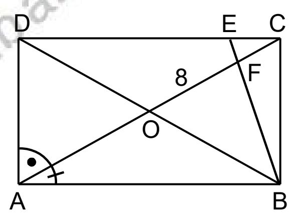
Örnek...14 :

MTBZ dikdörtgeni 6 dikdörtgene bölünmüştür. Çemberler içinde yazan sayılar dikdörtgenlerin alanlarını belirtmek üzere, Alan(MTBZ) kaç birim karedir?



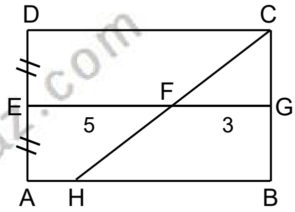
Örnek...15 :

ABCD dikdörtgen
$|CD| = 5.|EC|$
$|FO| = 8$ br
$m(\widehat{CAD})=5.m(\widehat{BAC})$
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



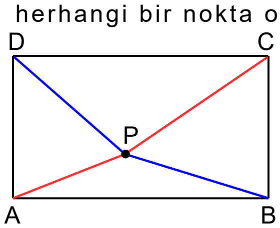
Örnek...16 :

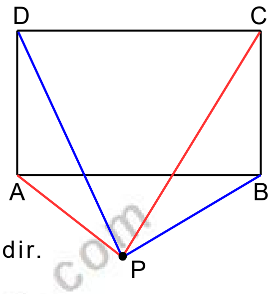
ABCD dikdörtgeninde
$[EG] \cap [CH]=\{F\}$
$[AD] \perp [EG]$,
$|AE| = |DE|$
$|CD| = |CH|$
$|EF| = 5$ br
$|FG| = 3$ br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



ÖZELLİK

P dikdörtgenin içinde veya dışında herhangi bir nokta olmak üzere,



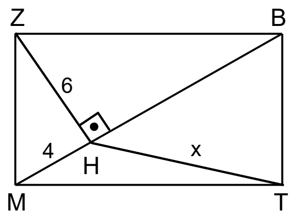


$|AP|^2+|PC|^2=|DP|^2+|BP|^2$ dir.

(P noktası, ABCD düzleminin elemanıdır.)

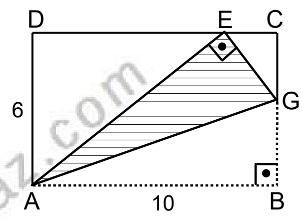
Örnek...17 :

MTBZ dikdörtgen
$[BM] \perp [ZH]$
$|HM| = 4$ br
$|ZH| = 6$ br
olduğuna göre,
$|TH| = x$ kaç birimdir?



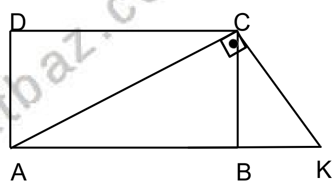
Örnek...18 :

ABCD dikdörtgeni origami kağıdıdır. Kenar uzunlukları 6 ve 10 birim olan bu kağıt [AG] boyunca katlanıp B noktası [CD] kenarı üzerinde E noktasına getiriliyor.
Kağıdın katlanan kısmı olan AEG üçgeninin alanı kaç birim karedir?

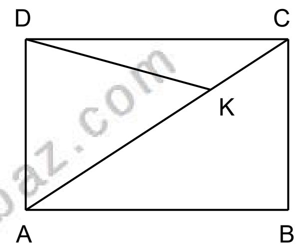


DEĞERLENDİRME – 1

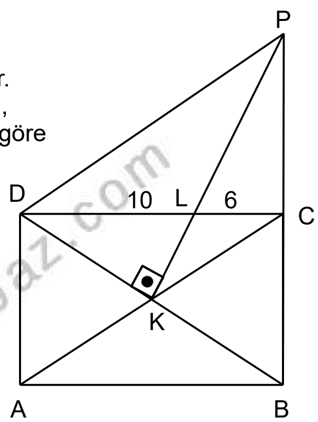
1) ABCD bir dikdörtgendir.
$[AC] \perp [CK]$
$|AB| = 6$ br
$|BK| = 4$ br
olduğuna göre A(ABCD) kaç birim karedir?



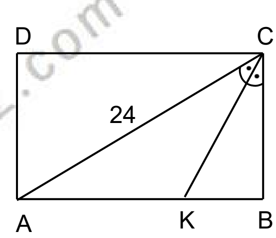
2) ABCD bir dikdörtgendir.
$m(\widehat{CAB}) = 30^\circ$,
$m(\widehat{CDK}) = 15^\circ$ ve
$|DK| = 9\sqrt{2}$ olduğuna göre, $|AD|$ kaç birimdir?



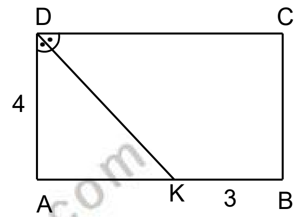
3) ABCD bir dikdörtgendir.
$|DL| = 10$ br, $|LC| = 6$ br ,
$[DK] \perp [KP]$ olduğuna göre Ç(ABCD) kaç birimdir?



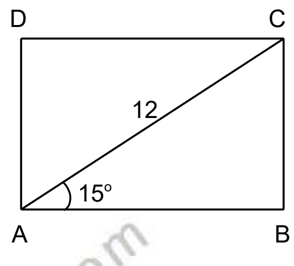
4) ABCD bir dikdörtgen,
[CK] açıortaydır.
$|AC| = 24$ br , $|AK| = |KC|$
ise $|AK|$ kaç birimdir?



5) ABCD bir dikdörtgen,
[DK] açıortaydır.
$|AD| = 4$ br , $|KB| = 3$ br
ise C noktasının DK doğrusuna en kısa mesafesi kaç birimdir?

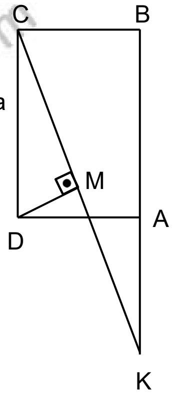


6) ABCD bir dikdörtgendir.
$|AC| = 12$ br, ,
$m(\widehat{CAB}) = 15^\circ$
olduğuna göre, A(ABCD) kaç birim karedir?

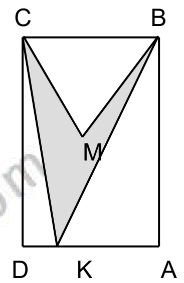


DEĞERLENDİRME – 2

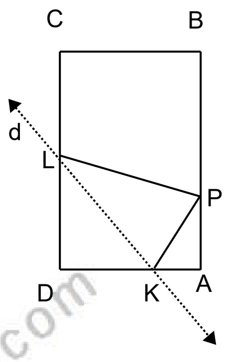
1) ABCD bir dikdörtgendir.
$[DM] \perp [CK]$
$|CK| = 13\,br$, $|DM| = 2br$, olduğuna göre A(ABCD) kaç birim karedir?



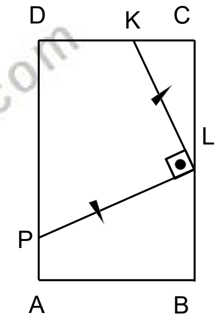
2) ABCD bir dikdörtgendir. M dikdörtgenin ağırlık merkezidir.
$A(ABCD) = 40\,br^2$,
ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



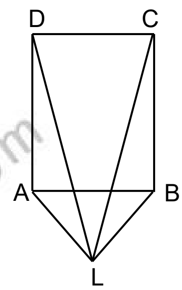
3) ABCD bir dikdörtgendir. D köşesi boyunca dikdörtgen katlanınca P ile D çakışıyor.
$|DK| = 10\,br$, $|AK| = 6\,br$
,olduğuna göre $|LK|$ kaç birimdir?



4) ABCD bir dikdörtgen,
$|KL| = |PL|$,
$|DP| = 12br$, $|CL| = 7\,br$,
ise $|KP|$ kaç birimdir?

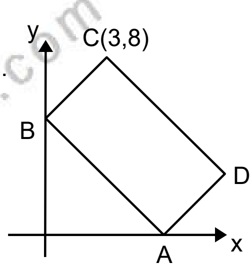


5) ABCD bir dikdörtgen,
$|LD| = |CL| + 1 = |AL| + 2$ ve
$|BL| = 2\sqrt{3}$
ise $|LD|$ kaç birimdir?

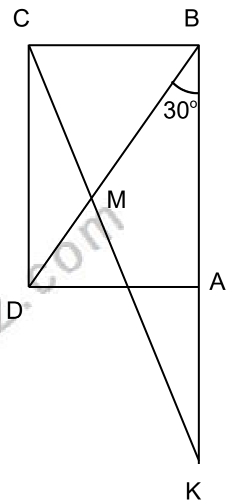


DEĞERLENDİRME – 3

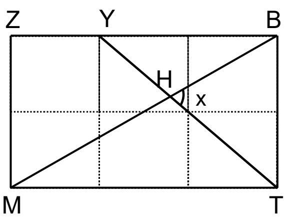
1) ABCD bir dikdörtgendir. $|AB| = 2.|AD|$. C(3,8) ise D noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?



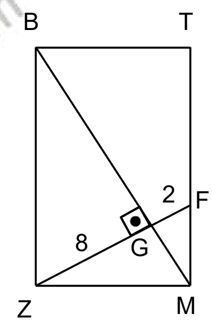
2) ABCD bir dikdörtgendir. $|DB| = |AK|$, $m\widehat{DBA} = 30°$ ise $m\widehat{DCM}$ kaç derecedir ?



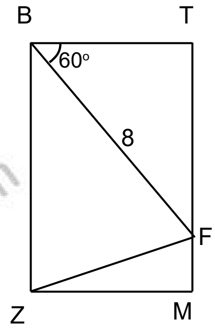
3) MTBZ dikdörtgeni 6 birim kareye bölünmüştür. $[TH] \cap [BM] = \{H\}$ ve $m\widehat{BHT} = x$ olduğuna göre, tan x kaçtır?



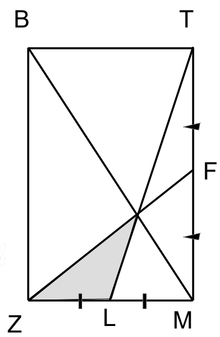
4) MTBZ bir dikdörtgendir. $4.|GF| = |ZG| = 8\,br$, $[BM] \perp [FZ]$ ise $|BG|$ kaç birimdir ?



5) MTBZ bir dikdörtgendir. $|BF| = 8\,br$, $4.m(\widehat{FZM}) = m(\widehat{TBF}) = 60°$ ise A(MTBZ) kaç birim karedir ?



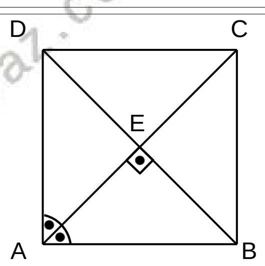
6) MTBZ bir dikdörtgendir. $|TF| = |FM|$, $|ZL| = |LM|$ ve A(ZLG)=12 biririm karedir. Buna göre dikdörtgenin alanı kaç birim karedir ?



KARE

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

Bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgene kare denir.
Ya da kenar uzunlukları eşit dikdörtgendir.



1) [AB] // [DC] ,
   [AD] // [BC]

2) $|AB|=|DC|=|AD|=|BC|$,

3) $|AB|=a$ ise Çevre(ABCD)=4.a br dir.

4) Köşegen uzunlukları eşit olup $a\sqrt{2}$ dir.

5) Köşegenler birbirini dik ortalar ve aynı zamanda köşegenler açıortaydır.

6) Alan(ABCD)=a^2 br^2
   Alan(ABCD)= $\frac{1}{2}.|AC|^2$ br^2

7) P, ABCD karesinin içinde veya dışında herhangi bir nokta olmak üzere,

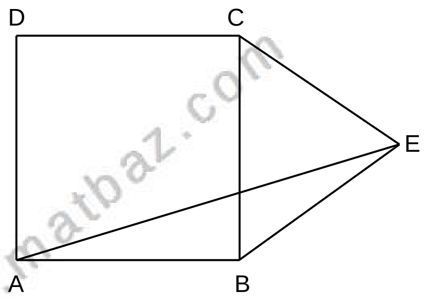
$$|AP|^2+|PC|^2=|DP|^2+|BP|^2 \text{ dir.}$$

NOT

Kare özel bir eşkenar dörtgen olduğundan eşkenar dörtgenin tüm özellikleri kare için de geçerlidir.

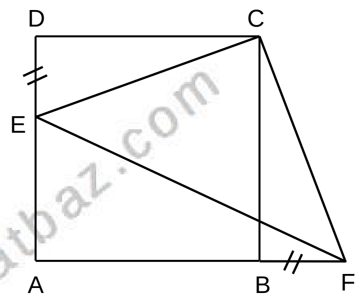
Örnek...1 :

ABCD bir karedir.
BCE eşkenar üçgen ise
$m(\widehat{DAE})$ kaç derecedir?



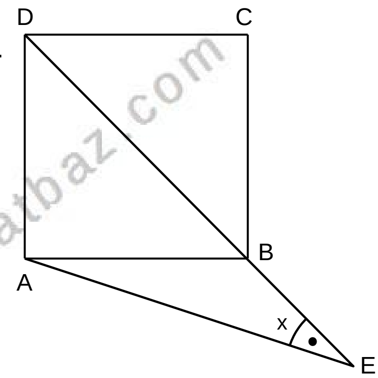
Örnek...2 :

ABCD karesinde
A, B, F doğrusal
$|DE|=|BF|$ ise
$m(\widehat{EFC})$ kaç derecedir?



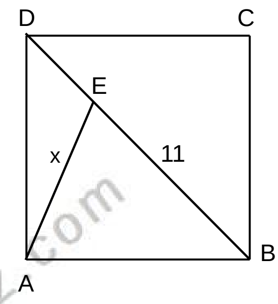
Örnek...3 :

ABCD bir karedir.
$|AE|=|BD|$ ise
$m(\widehat{AED})=x$ kaç derecedir?



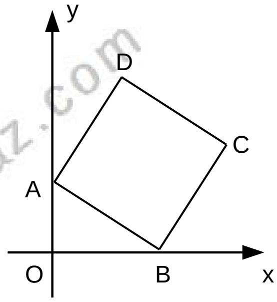
Örnek...4 :

[BD], ABCD karesinin köşegenidir.
$|BE|=11$br
$|DE|=5$br ise
$|AE|=x$ kaç birimdir?

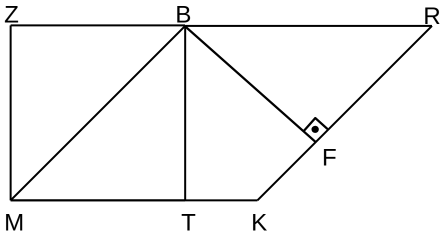


Örnek...5 :

ABCD kare, D(6,14) ise Alan(ABCD) kaç birim karedir?



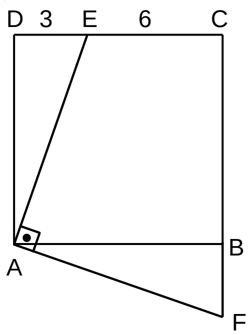
Örnek...6 :



MTBZ kare, KMBR eşkenar dörtgendir.
$|MT|=6$ br ise $|BF|+|KT|$ toplamı kaç birimdir?

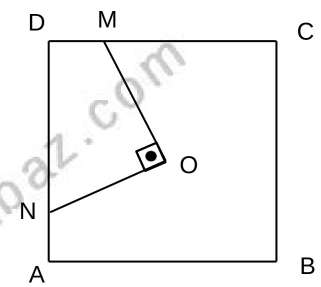
Örnek...7 :

ABCD karesinde
C, B, F doğrusal
$|CE|=2.|DE|=6$ br
$[AE]\perp[AF]$ ise
$|AF|$ kaç birimdir?



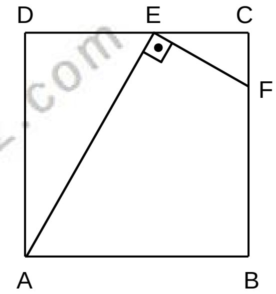
Örnek...8 :

ABCD bir karedir.
O köşegenlerin kesim noktasıdır.
$[MO]\perp[NO]$
$|DM|=x$ br ,
$|NA|=2x-3$ br
$|DN|=3y$ br ,
$|CM|=y+8$ br ise
Alan(ABCD)
kaç birim karedir?



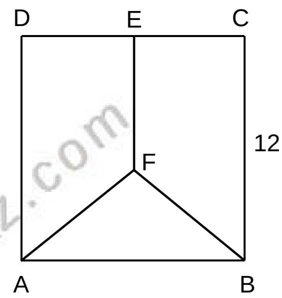
Örnek...9 :

ABCD kare,
$2.|DE|=3.|CE|$
olduğuna göre,
$\frac{|BF|}{|CF|}$ oranı kaçtır?



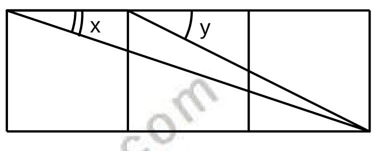
Örnek...10 :

ABCD karesinde
$|CB|=12$ br
$|CE|=|DE|$
$|AF|=|FB|=|EF|$
ise $|AF|$ kaç birimdir?



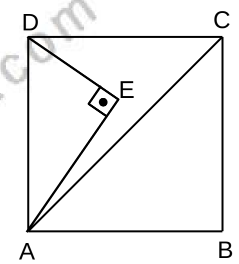
Örnek...11 :

Şekilde 3 eş kare içinde verilen x ve y açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

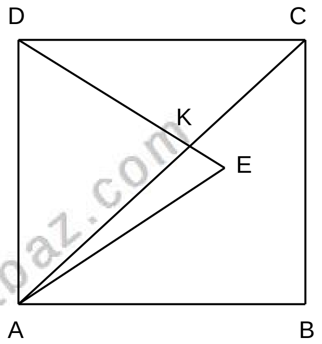


DEĞERLENDİRME – 1

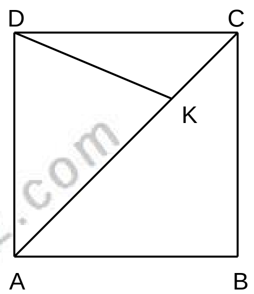
1) ABCD bir karedir.
$[DE] \perp [EA]$
$m(\widehat{EAC}) = 5^\circ$,
$m(\widehat{EDC})$ kaç derecedir?



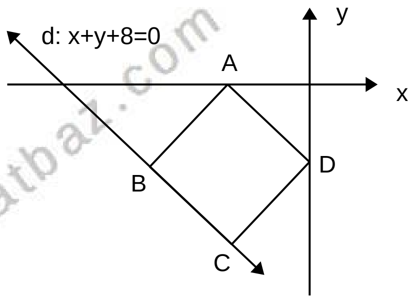
2) ABCD bir karedir.
DEA eşkenar üçgen
$m(\widehat{DKA})$, kaç derecedir?



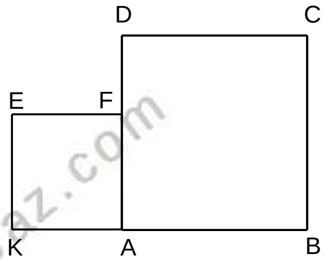
3) ABCD bir karedir
$|KC| = 3\,br$, $|DK| = \sqrt{65}\,br$
olduğuna göre A(ABCD) kaç birim karedir?



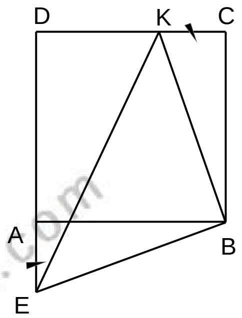
4) ABCD bir kare, şekilde d doğrusunun denklemi x+y+8=0 ise Ç(ABCD) kaç birimdir?



5) ABCD ve KAFE birer karedir. Karelerin ağırlık merkezleri arası mesafe 12 birim ise karelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

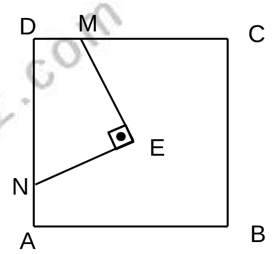


6) ABCD bir karedir.
$|KC| = |AE|$,
$|KB| = 8\,br$ ise
$|KE|$ kaç birimdir?

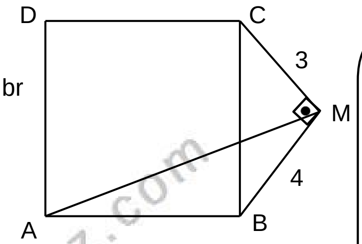


DEĞERLENDİRME – 2

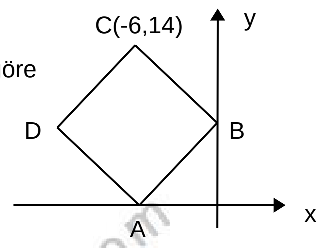
1) ABCD bir karedir.
E köşegenlerin kesim noktasıdır.
$[ME] \perp [EN]$
$|DM| = 5$ br , ise
$|NA|$ kaç birimdir?



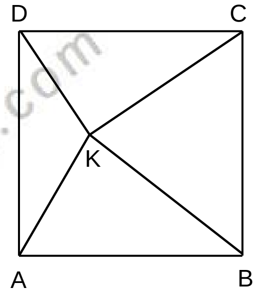
2) ABCD bir karedir.
$[CM] \perp [MB]$
$|CM| = 3$ br, $|MB| = 4$ br
$|MA|$ kaç birimdir ?



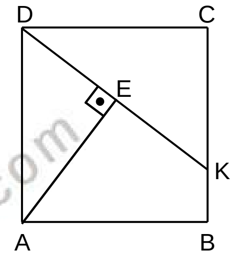
3) ABCD bir karedir
$C(-6,14)$ olduğuna göre
A(ABCD) kaç birim karedir?



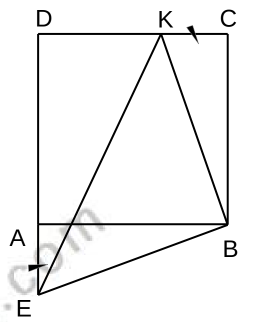
4) ABCD bir kare,
$|KD| = 4$ br ,
$|KC| = 7$ br ,
$[DK] \perp [KC]$
ise Alan(ABK)
kaç birim karedir?



5) ABCD bir kare,
D, E, K doğrusaldır.
$|DE| = 6$ br
$|AE| = 7$ br
olduğuna göre,
$|EK|$ kaç birimdir?



6) ABCD bir karedir.
$|KC| = |AE|$ ise
$m(\widehat{BEK})$ kaç derecedir?



DELTOİD

TANIM VE ÖZELLİKLERİ

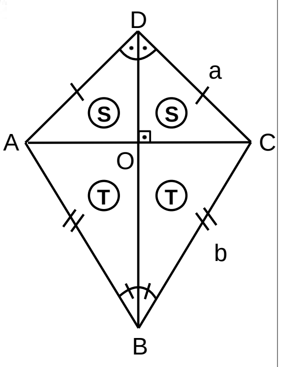
Tabanları çakışık iki ikizkenar üçgenin oluşturduğu dörtgendir.

1) $|AB|=|BC|$, $|AD|=|DC|$

2) $[AC]\perp[BD]$ olup köşegen uzunlukları eşit değildir.

3) Köşegenlerden sadece biri diğerini ortalar. $|AO|=|OC|$

4) Köşegenlerden sadece biri açıortaydır. $[BD]$ Açıortay.



5) Köşegenlerin biri simetri eksenidir. $[BD]$ Simetri eksenidir.

6) Çevre(ABCD)=2.(a+b)

7) Alan(ABD)=Alan(BCD) dir.

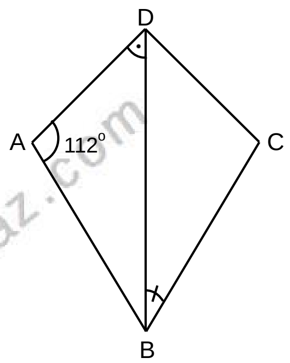
7) Alan(ABCD)= $\frac{1}{2}.|AC|.|BD|$ br^2 dir.

NOT

Deltoid ikizkenar üçgenlerden oluştuğundan ikizkenar üçgenin özelliklerinin tam bilinmesi özellikle önemlidir.

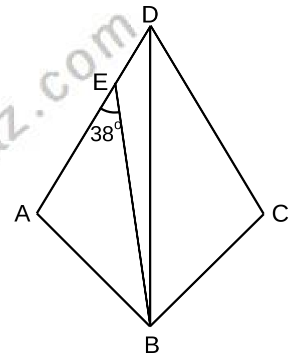
Örnek...1 :

ABCD bir deltoid.
$|AD|=|CD|$
$m(\widehat{BAD})=112^o$
olduğuna göre,
$m(\widehat{ADB})+m(\widehat{CBD})$
toplamı kaç derecedir?



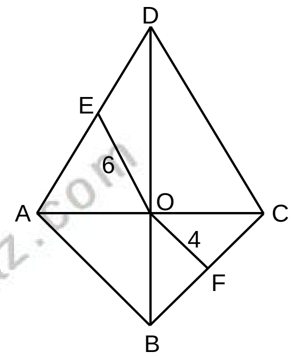
Örnek...2 :

$[BD]$, ABCD deltoidinin simetri eksenidir.
$|AB|=|AE|$ ve
$m(\widehat{AED})=38^o$
olduğuna göre, $m(\widehat{BCD})$
kaç derecedir?



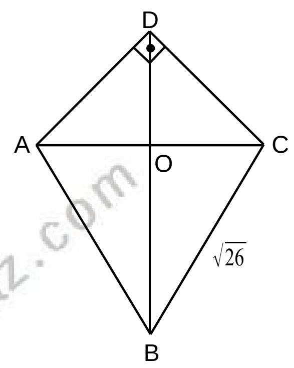
Örnek...3 :

ABCD deltoid
$|AD|=|DC|$,
$[AC]\cap[BD]=\{O\}$ dir.
$|AE|=|ED|$
$|BF|=|CF|$
$|OE|=6$ br $|OF|=4$ br
olduğuna göre,
Çevre(ABCD)
kaç birimdir?



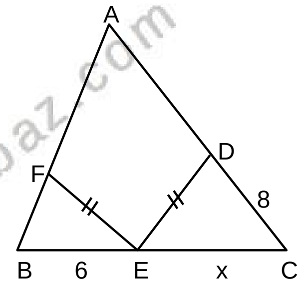
Örnek...4 :

ABCD deltoid
$[AC]\cap[BD]=\{O\}$ dir.
$|AB|=|BC|=\sqrt{26}$ br
$[AD]\perp[CD]$
$|BD|=6$ br ve $|OB|>|OD|$
olduğuna göre, $|AD|$
uzunluğu kaç birimdir?



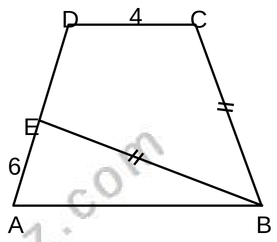
Örnek...5 :

ABC üçgen,
AFED deltoid
$|EF|=|DE|$
$[AC]\perp[ED]$
$|BF|=2\sqrt{7}$ br
$|BE|=6$ br
$|CD|=8$ br
olduğuna göre,
$|EC|=x$ kaç birimdir?



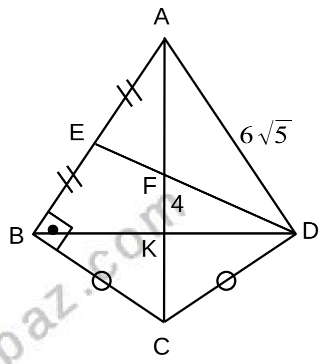
Örnek...6 :

ABCD dörtgen,
CBED deltoid
$|EB|=|CB|$
$[AB]//[CD]$
$|CD|=4$ br
$|AE|=6$ br
olduğuna göre,
$|AB|$ kaç birimdir?



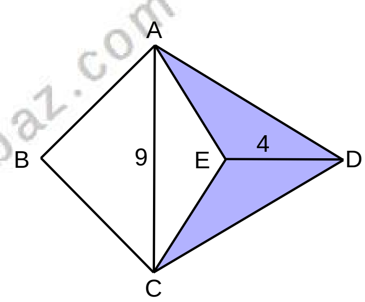
Örnek...7 :

ABCD deltoid,
E, [AB] nin orta noktasıdır.
$[AC]\cap[BD]=\{K\}$,
$[AC]\cap[DE]=\{F\}$,
$[AB]\perp[BC]$,
$|BC|=|CD|$
$|FK|=4$ br
$|AD|=6\sqrt{5}$ br
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



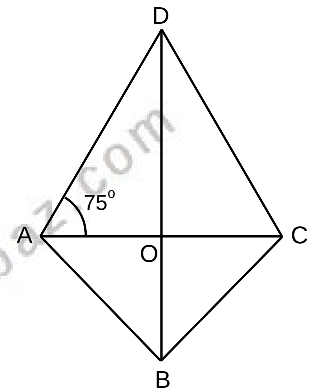
Örnek...8 :

ABCD ve ABCE
deltoid, $|AD|=|CD|$,
$|AC|=9$ br
$|DE|=4$ br
olduğuna göre,
Alan(ADCE) kaç birim karedir?



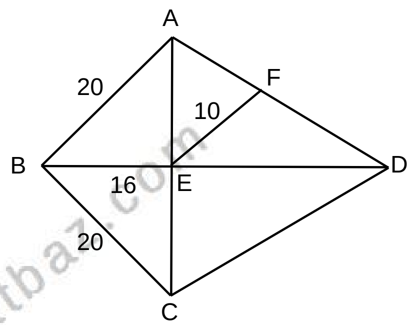
Örnek...9 :

ABCD deltoid
$[AC]\cap[BD]=\{O\}$
$|AB|=|BC|$
$m(\widehat{DAC})=75^\circ$ ve
O noktasının [CD] ye uzaklığı 5 birim
olduğuna göre,
Alan(ADC) kaç birim karedir?



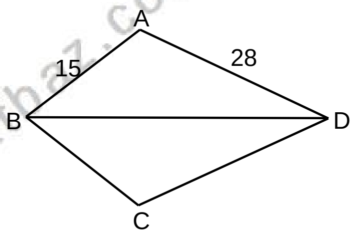
Örnek...10 :

ABCD deltoid
$|AB|=|BC|=20$ br
$|BE|=16$ br
$|EF|=10$ br
$|AD|=3.|AF|$
olduğuna göre,
Alan(ABCD) kaç birim karedir?



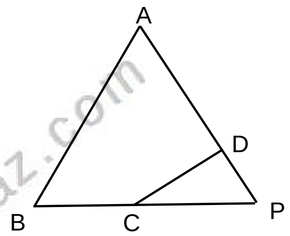
Örnek...11 :

ABCD deltoid
$|AB| = 15$ br
$|AD| = 28$ br
$\text{Alan}(ABCD) = 252$ br^2
olduğuna göre,
$|BD|$ kaç birimdir?



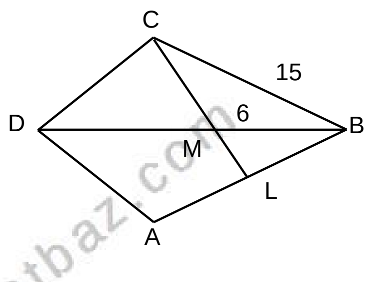
Örnek...12 :

ABCD bir deltoid,
$3.|BC| = 3.|DC| = 2.|CP| = 24$ br
olduğuna göre $\dfrac{|PD|}{|AB|}$ oranı
kaçtır?



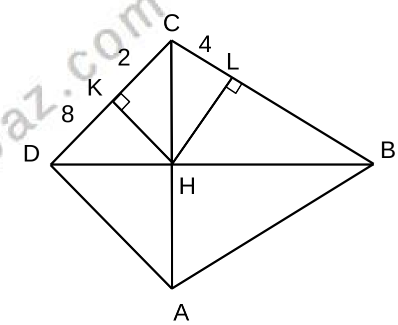
Örnek...13 :

ABCD bir deltoid,
$|AB| = |BC|$
$[DC] \perp [BC]$,
$|AL| = |BL|$,
$|MB| = 6$ br,
$|BC| = 15$ br
olduğuna göre $|DC|$
kaçtır?



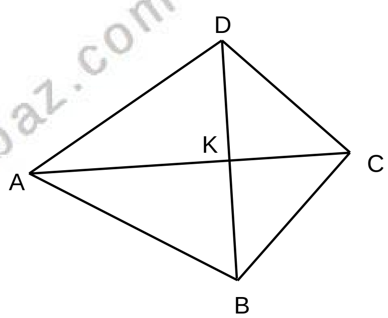
Örnek...14 :

ABCD bir deltoid,
$|DC| = |AD|$,
$[AC] \cap [DB] = \{H\}$
$[HK] \perp [DC], [HL] \perp [CB]$,
$|DK| = 2.|CL| = 4.|KC| = 8$ br
olduğuna göre A(ABCD)
kaç birim karedir?



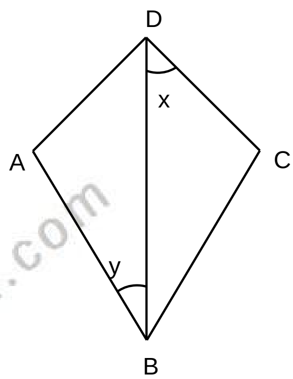
Örnek...15 :

ABCD bir deltoid,
$|AD| = |AB| = 2\sqrt{10}$ br,
$|AK| = 3.|KD|$ olduğuna
göre A(BKA) kaç birim
karedir?



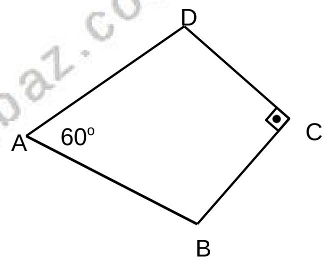
Örnek...16 :

ABCD bir deltoid,
$|CD| = |AD| = 3$ br,
$|BC| = 4\sqrt{2}$ br ve
$x + y = 135°$ olduğuna göre
$\text{Alan}(ABCD)$ kaç birim
karedir?

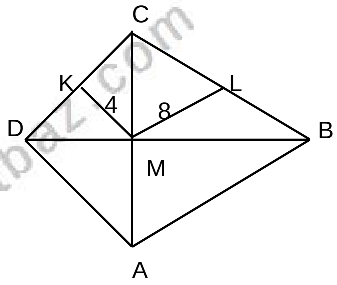


DEĞERLENDİRME

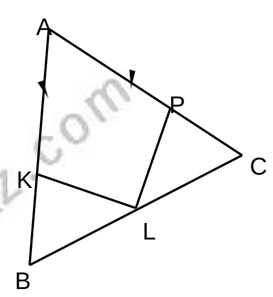
1) ABCD bir deltoid,
$|AD|=|AB|$
$|BC|=|CD|$
$m(\widehat{DAB})=60^o$,
$m(\widehat{DBC})=90^o$
$\dfrac{|AD|}{|DC|}$ kaçtır?



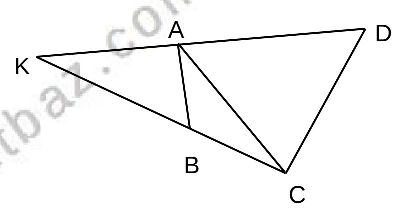
2) ABCD bir deltoid, M köşegenlerin kesim noktasıdır. K ve L bulunduğu kenarların orta noktalardır.
$|KM|=4\,br$
$|ML|=8\,br$
olduğuna göre Ç(ABCD) kaç birimdir?



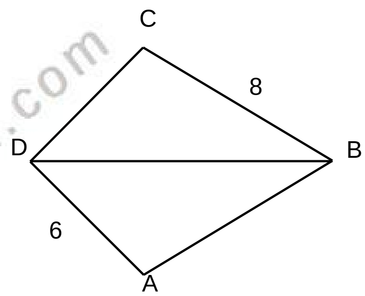
3) AKLP bir deltoid,
$|AP|=|AK|=6$
$|PC|=2\,br, |KB|=4\,br$
$\dfrac{|LB|}{|BC|}$ kaçtır?



4) ABCD bir deltoid.
$|AB|=|BC|$,
$\dfrac{|KA|}{|KD|}=\dfrac{2}{5}$, ise
$\dfrac{|BA|}{|BK|}$ kaçtır?

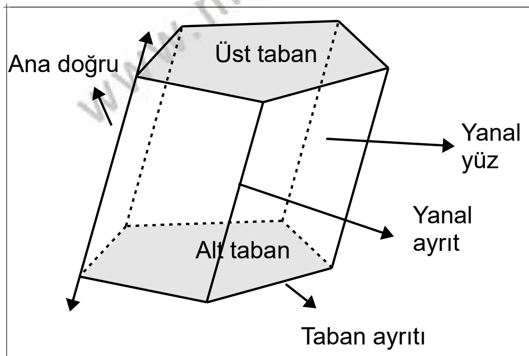


5) ABCD bir deltoid,
$|AD|=|DC|$
$|CB|=8\,br$
$|AD|=6\,br$
$m(DBA)+m(CDB)=60^o$
olduğuna göre,
$|DB|$ kaç birimdir?

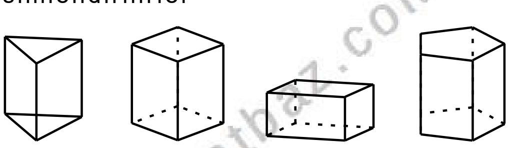


PRİZMA

Birbirine paralel iki düzlem içinde yer alan iki eş çokgensel bölgenin tüm noktalarının karşılıklı olarak birleştirilmesiyle elde edilen cisme PRİZMA denir.

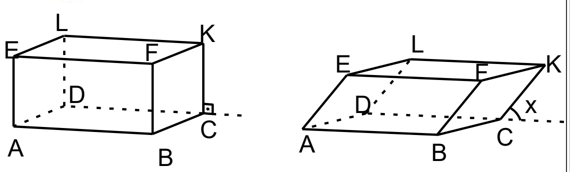


Prizmalar taban şekillerine göre isimlendirilirler



Üçgen Prizma	Kare Prizma	Dikdörtgen Prizma	Beşgen Prizma

Prizmalar taban şekillerinden başka dik ve eğik oluşlarına göre de isimlendirilirler



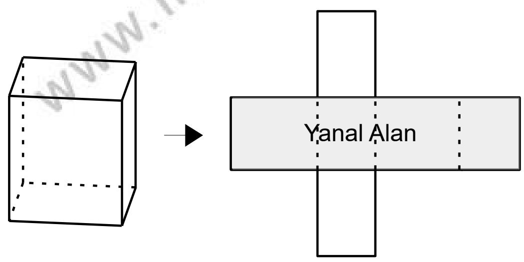
Dik Prizma — Eğik Prizma

Dik prizmalar, yanal ayrıtlar taban düzlemine dik olan prizmalardır. Dik prizmalarda yan ayrıtların her biri yükseklik olarak kullanılabilir

DİK PRİZMALARIN ALAN VE HACİMLERİ

Tüm dik Prizmalarda

Hacim = Taban Alanı .Yükseklik



Şekillerin alanını bulmak için cismin açınımı yapılır ve buradan

Alan = 2.Taban Alanı +Yanal Alan bağıntısı elde edilir.

Yanal Alan = Taban Çevresi.Yükseklik

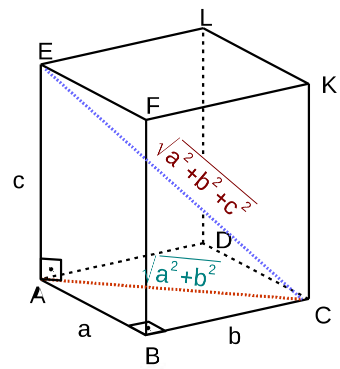
1. DİKDÖRTGENLER PRİZMASI

Hacim

Alan

Yüzey köşegenleri

Cisim Köşegeni

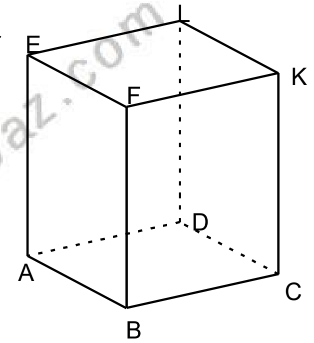


Uyarı

Taban kare ise şekil kare prizma adını alır

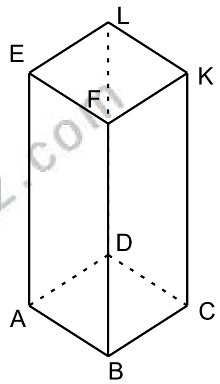
Örnek...1 :

Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $|AB|=3br$, $|BC|=4br$ ve $|CK|=12br$ ise bu dikdörtgenler prizmasının
a) Toplam Alanını
b) Hacmini
c) Cisim köşegen uzunluğunu
bulunuz



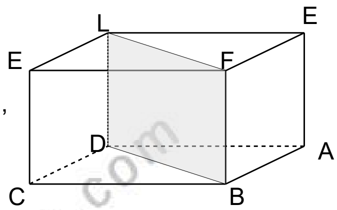
Örnek...2 :

Şekildeki kare prizmada $|AB|=|BC|$ ve kare prizmanın hacmi 36 birim küptür. Ayrıtlar tamsayı olduğuna göre cisim köşegen uzunluğu en az kaç birimdir?



Örnek...3 :

Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $|AB|=7br$, $|AD|=24br$ ve taralı bölgenin alanı 100 birim kare ise cismin hacmi kaç birim küptür?

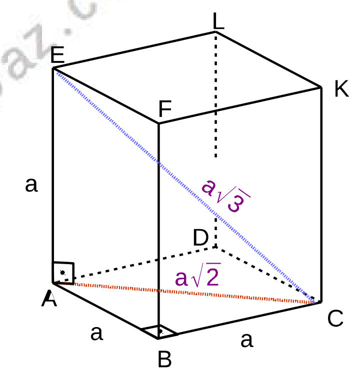


2. KÜP

Hacim :

Toplam yüzey alanı :

Yüzey köşegenleri :



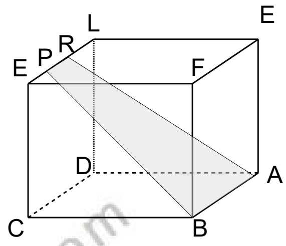
Cisim Köşegeni :

Örnek...4 :

Bir yüzeyinin köşegeni 8 birim olan küpün
a) toplam alanı
b) hacmini bulunuz

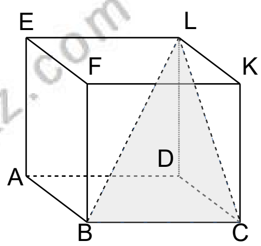
Örnek...5 :

Şekildeki küpte cisim köşegen uzunluğu $6\sqrt{3}br$, $3.|PR|=|CB|$ ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



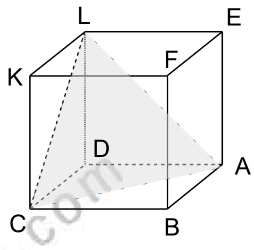
Örnek...6 :

Şekildeki küpte taralı üçgenin alanı $32\sqrt{2}$ birim kare ise bu küpün yüzey alanını bulunuz



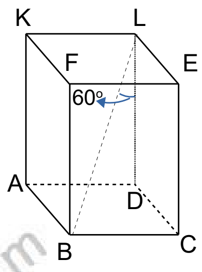
Örnek...7 :

Şekildeki cisim köşegeni 12 birim olan küpte taralı üçgenin alanı kaç birim karedir?



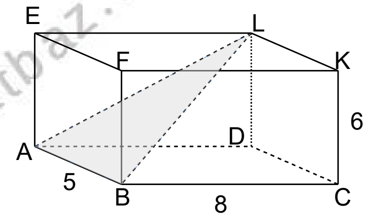
Örnek...8 :

Şekildeki kare prizmada m(BLD)=60°, |BL|= 12 birimdir. Buna göre cismin hacmi kaç br^3 tür?



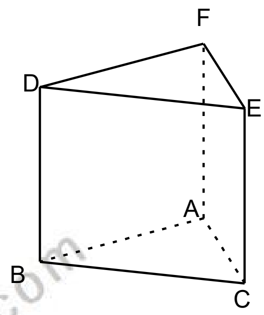
DEĞERLENDİRME

1) Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $|AB| = 5\,br$, $|BC| = 8\,br$ ve $|CK| = 6\,br$ ise taralı üçgenin alanını bulunuz

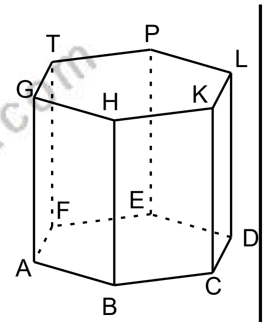


2) Bir dikdörtgenler prizmasının farklı ayrıtlarının uzunlukları toplamı 12 birim ve cisim köşegen uzunluğu 8 birim ise bu prizmanın tüm alanı kaç birim karedir?

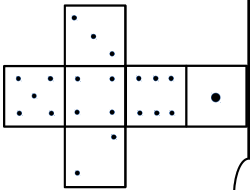
3) Şekildeki üçgen dik prizmada taban ayrıtları 3 ,5 ve 6 birimdir. Yanal ayrıt uzunluğu 5 birim ise şeklin hacmi kaç birim küptür?

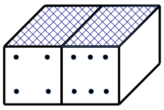


4) Şekildeki düzgün altıgen dik prizmada taban çevresi 24 birim ve yükseklik 8 birimdir.Buna göre şeklin
a) yanal alanı kaç birim karedir?
b) hacmi kaç birim küptür?

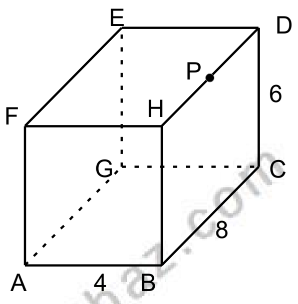


5) Yanda bir zarın açık hali verilmiştir. Bu zara özdeş iki zar alttaki gibi yanyana konulduğunda taralı yüzlere gelen sayılar çarpımı en çok kaç olur?

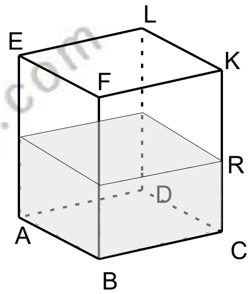




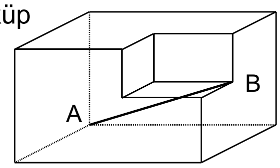
6) |AB|=4 br , |BC|=8 br ,|CD|=6 br veriliyor. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında A dan başlamak üzere yüzeyler üzerinde hareket ederek [HD] nın orta noktası olan P noktasına gidecek bir yol en az kaç birim olur?



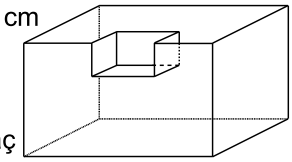
7) Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $|AB| = 5\,\text{br}$ $|BC| = 8\,\text{br}$ ve $|CK| = 12\,\text{br}$ veriliyor. Şekil bu durumdayken prizmanın yarı yüksekliğinde bulunan su, prizma çevrilip taban FKBC olduğunda kaç birim yükselir?



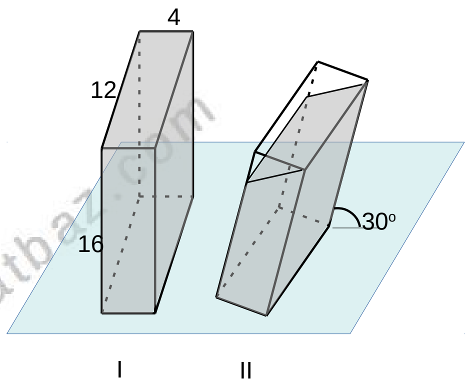
8) Şekildeki 216 birim küp hacimli kübün bir köşesinden yine başka bir küp çıkarıldığında kalan cismin hacmi 208 birim küp oluyorsa A ile B arasındaki uzaklık kaç birimdir?



9) Şekildeki bir kenarı 6 cm küpten bir kenarı 2 cm olan küp çıkarıldığında kalan cismin yüzey alanı kaç birim kare olur?



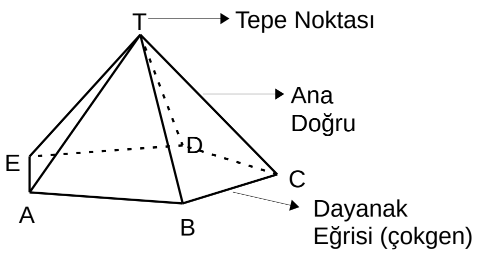
10) Şekil I de taban ayrıtları 4 br ve 12 br ve yüksekliği 16 birim olan dikdörtgenler prizması biçimli üstü açık kap su ile doludur. Bu kap şekil II deki gibi 30° eğildiğinde dökülen suyun hacmi kaç birim küp olur?



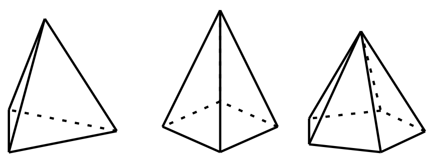
PİRAMİT

Bir düzleki çokgenin tüm noktalarıyla düzlemin dışındaki bir P noktasının doğrusal olarak birleştirilmesiyle elde edilen 3 boyutlu şekle piramit denir.

Şekilde (T,ABCDE) piramidi görünmektedir



Piramitler taban şekillerine göre isimlendirilirler



Üçgen Piramit　　Kare Piramit　　Beşgen Piramit

a) Piramitte yan yüzeyler üçgenlerden oluşur

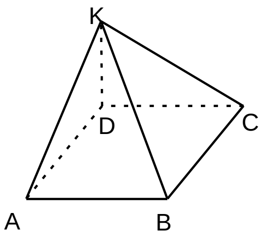
b) Yanal alan , yana yüzeyleri oluşturan üçgenlerin alanları toplamıdır.

c) Bütün alan taban alanı ve yanal alanın toplamıdır.

d) $\text{Hacim} = \dfrac{\text{Taban Alanı} . \text{Yükseklik}}{3}$

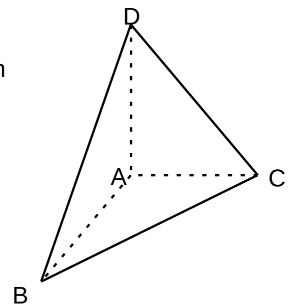
Örnek...1 :

Şekildeki piramitte [KD] , D noktasında ABCD dikdörtgensel düzlem parçasına diktir.
$|AB| = 12\,br$, $|KD| = 15br$,
$|BC| = 16br$ ise
a) piramidin hacmi kaç br^3 tür?
b) $|KB|$ kaç birimdir?



Örnek...2 :

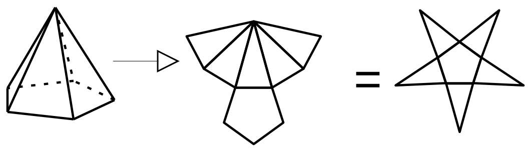
Şekildeki piramitte A noktasında kesişen tüm ayrıtlar diktir.
$|AC| = |AB| = 6\,br$,
$|AD| = 8\,br$, ise
a) piramidin hacmi kaç br^3 tür?
b) piramidin alanı kaç br^2 dir?



UYARI

Tabanı düzgün çokgen olan ve yüksekliği tabanın ağırlık merkezinden geçen piramide düzgün dik piramit denir.

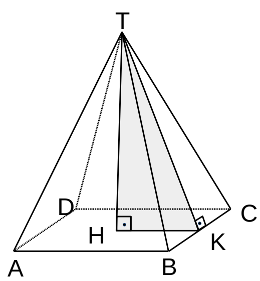
Şekilde düzgün beşgen piramit verilmiştir



Bu tür piramitlerde
a) yan ayrıtların uzunlukları eşittir
b) yan yüzler eş ikizkenar üçgenlerdir
c) yan yüz yükseklikleri eşittir.

1. KARE DİK PİRAMİT

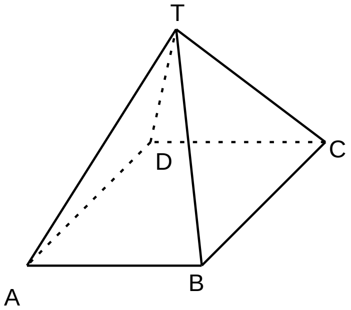
Şekilde ABCD kare , [TH] piramidin yüksekliği,[TK] piramidin yan yüzlerini oluşturan dört ikizkenar üçgenin birinin yüksekliği, H tabanın ağırlık merkezidir.
Benzerlik kullanılarak
$|HK| = \dfrac{|AB|}{2}$ elde edilebilir.



Pisagor kullanılarak yan yüz yüksekliği taban ayrıtı ve cisim yüksekliği birbirine bağlanabilir. $|TH|^2 + |HK|^2 = |TK|^2$

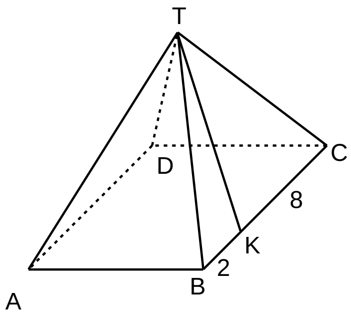
Örnek...3 :

Şekildeki kare dik piramidin taban alanı 100 birim kare ve hacmi 400 birim küpse, yüzey alanı kaç birim karedir?



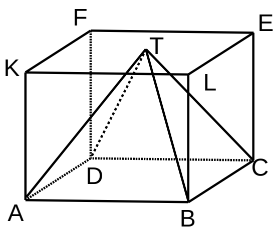
Örnek...4 :

Şekilde yüksekliği 4 birim olan kare dik piramitte $4.|BK|=|KC|=8$br olduğuna göre $|TK|$ kaç birimdir?



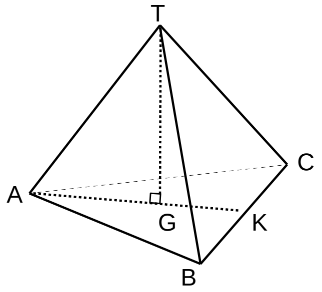
Örnek...5 :

$|AC|=12\sqrt{2}$br
Şekildeki küpten T tepe noktalı kare dik piramit çıkarılırsa kalan cizmin yüzey alanı kaç birim kare olur?



2. DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ

Dört yüzü de eşkenar üçgen olan piramite düzgün dörtyüzlü denir Şekilde G tabanın ağırlık merkezidir



$|AB|=a$ ise

tüm alan $a^2\sqrt{3}$

yükseklik $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

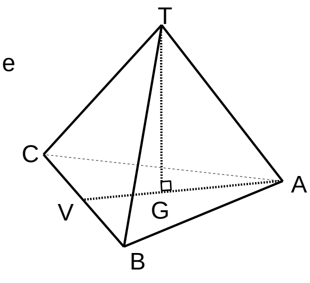
hacim $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Örnek...6 :

Tüm alanı $18\sqrt{3}$ olan düzgün dörtyüzlünün hacmi kaç birim küptür?

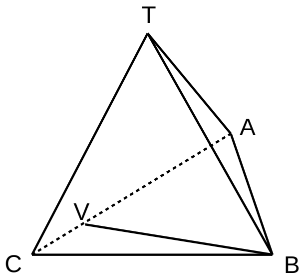
Örnek...7 :

Şekilde $|CV|=|VB|$ ve $|GV|=2\sqrt{3}$br olduğuna göre düzgün dörtyüzlünün yüksekliği kaç birimdir?

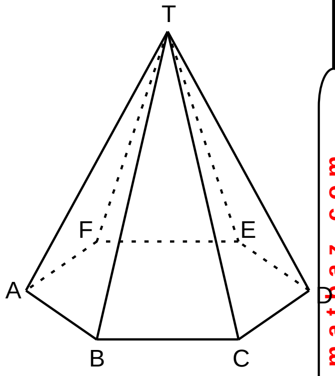


DEĞERLENDİRME

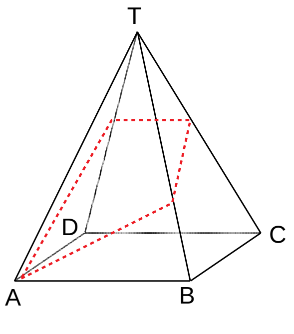
1) Şekilde $2|CV|=|VA|$ ve $|BV|=4\sqrt{7}$ br olduğuna göre düzgün dörtyüzlünün hacmi kaç birim küptür?



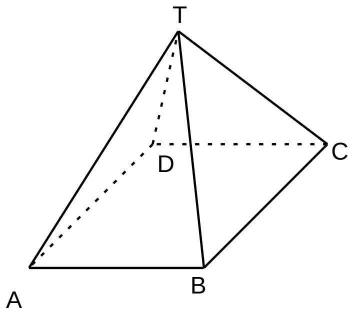
2) Şekilde yüksekliği 12 birim olan düzgün altıgen dik piramitte tabanın en uzun köşegeni 20 birim ise piramidin hacmi kaç birim küptür?



3) Şekildeki tahtadan yapılmış kare dik piramitte m(ATB)=30° ve $|TC|=12$ br, veriliyor. Bu piramidin A noktasından şekildeki gibi yan yüzlerinden harekey ederek tekrar A noktasına gelen karıncanın alacağı yol en az kaç birim uzunluğunda olur?



4) Şekildeki kare dik piramidin bir yan yüzü taban düzlemiyle 30° lik açı yapıyorsa piramidin taban alanının yanal alanına oranı kaçtır?



5) Tabanı KLM eşkenar üçgeni ve tepe noktası T olan , (T, KLM) dik piramidinde |TK|= 50 br ve piramidin yüksekliği 48 cm olduğuna göre piramidin taban çevresi kaç br dir?

6) Dikdörtgen dik piramit şeklindeki su tankı tabanında bulunan ve sabit miktarda su akıtan musluk ile boşaltılacaktır. |TK|=3br, |CK|=2 br dir. Başlangıçta tam dolu olan tankın K seviyesine kadar boşalması 216 dakika sürdüğüne göre, tankın tamamen boşalması için daha kaç dakika su boşaltılmalıdır?