

MATEMATİK Sınıf-9



KONU KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR-1

KÜME: İyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesnelere topluluğuna küme denir. Buradaki nesnelere soyut ya da somut olabilir.

Küme oluşturulan nesnelere veya sembollerin her birine kümenin elemanları denir. Kümeler genellikle A, B, C, ... gibi büyük harflerle gösterilir.

$a \in A$, A kümesinin elemanı ise $a \notin A$ ile gösterilir ve $a \in A$ "elemanıdır" A diye okunur. $a \notin A$, A kümesinin elemanı değil ise $a \notin A$ ile gösterilir ve $a \notin A$ "elemanı değildir" A diye okunur.

KÜMELERİN GÖSTERİMİ

I) Liste Yöntemi ile Gösterim

Kümeyle ait tüm elemanlar, küme parantezi olan "{ }" şekli içerisine aralarına virgüllerle konularak yazılır. Her eleman

yalnız bir kez yazılır ve elemanların yer değiştirmesi yeni bir küme oluşturmaz.

II) Venn Şeması Yöntemi ile Gösterim

Küme oluşturulan bütün elemanların kapalı bir şekil içerisinde önüne "." konularak gösterilmesidir.

III) Ortak Özellik Yöntemi ile Gösterim

Kümenin bütün elemanlarının sahip olduğu ortak özelliğın matematiksel veya sözel bir ifade ile gösterilmesidir. $A = \{x | \dots\}$ veya $A = \{x : \dots\}$

şeklindeki yazımda noktalı yerlere elemanların ortak ifadesi yazılır. Küme parantezi içindeki "" veya " : " işaretleri "öyle ki" diye okunur.

SONLU VE SONSUZ KÜMELER

Bir kümenin elemanları

sayılabilir çoklukta ise bu kümeyle sonlu küme adı verilir. Sonlu bir A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

Sonlu olmayan kümelere ise sonsuz küme adı verilir.

BOŞ KÜME

Elemanı olmayan kümeyle boş küme denir. "" veya "{ }" sembollerinden biriyle gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı sıfırdır.

ve { } kümelerinin birer elemanı olduğu için bu kümeler boş küme değildir.

EVRENSEL KÜME

Üzerinde işlem yapılan, tüm kümeleri içinde bulunduracak şekilde seçilen kümeyle evrensel küme adı verilir. Evrensel küme E ile gösterilir.

SORULAR

SORU 1:

Aşağıdakilerden hangisi bir küme belirtmez?
A) İç Anadolu bölgesindeki illerin isimleri
B) Türkiye'nin en fazla nüfusa sahip 3 ilinin adı
C) Sınıfımızın en yakışıklı üç erkek öğrencisinin adı

Alfabemizdeki sesli harfler
Plaka numarası rakam olan iller

Cevap C

SORU 2:

$A = \{x \mid x = 4k, 11 \leq x < 55, k \text{ tek doğal sayı}\}$ olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?
3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

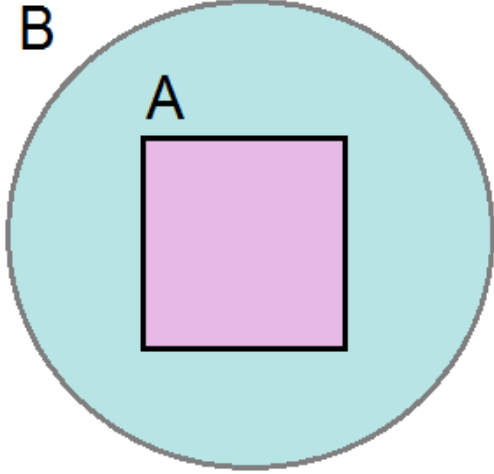
Cevap D

SORU 3:

Aşağıdaki kümelere hangisi boş kümedir?
 $K = \{x \mid x, 1' \text{den küçük doğal sayılar}\}$
 $L = \{x \mid x, \text{karesi } 16 \text{ olan negatif tamsayılar}\}$
 $M = \{x \mid x, 0 \text{ ile } 1 \text{ arasındaki rasyonel sayılar}\}$
 $N = \{x \mid x, 1' \text{in tam sayı bölenleri}\}$
 $P = \{x \mid x, 24 \text{ ile } 28 \text{ arasındaki asal sayılar}\}$

Cevap E

KONU KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR-2



ALT KÜME

A ve B herhangi iki küme olmak üzere A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı oluyor ise A kümesine B kümesinin alt kümesi denir. " $A \subset B$ " biçiminde gösterilir.

Aynı durum " $B \supset A$ " ile "B kümesi A kümesini kapsar" biçiminde de ifade edilir.

A kümesinin B kümesinden farklı en az bir tane elemanı varsa A kümesi B kümesinin alt kümesi değildir. " $A \not\subset B$ " ile gösterilir.

ALT KÜMENİN ÖZELLİKLERİ

A, B ve C herhangi kümeler olmak üzere;
Boş küme her kümenin alt kümesidir. $\phi \subset A$
Her küme kendisinin alt kümesidir. $A \subset A$
Her küme evrensel kümenin alt kümesidir. $A \subset E$
 $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow (A \subset C)$

ALT KÜME SAYISI

n kümenin eleman sayısını göstermek üzere bir kümenin alt küme sayısı " 2^n " kuralı ile bulunur.

ÖZ ALT KÜME

n elemanlı bir kümenin kendisi hariç tüm alt kümeleri "öz alt küme" diye adlandırılır.
Bir kümenin öz alt küme sayısı " $2^n - 1$ " kuralı ile bulunur.

EŞİT KÜMELER

A ve B iki küme olmak üzere A ve B kümelerinin tüm elemanları aynı ise bu kümelere eşit kümeler denir ve $A = B$ şeklinde gösterilir.
Eğer kümeler birbirine eşit değilse $A \neq B$ şeklinde gösterilir.
 $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Leftrightarrow (A = B)$ dir.

SORULAR

SORU 1:

A= kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 4
- B) 8
- C) 16
- D) 32
- E) 64

Cevap C

SORU 2:

A= ve B= kümeleri için AB koşuluna uygun kaç tane K kümesi yazılabilir?

- A) 7
- B) 14
- C) 17
- D) 16
- E) 15

Cevap E

SORU 3:

A kümesinin eleman sayısı 1 azaltıldığında alt küme sayısı 64 azalmaktadır. Buna göre kümesinin eleman sayısı 1 artırılırsa alt küme sayısı kaç olur?

- A) 64
- B) 128
- C) 512
- D) 256
- E) 1024

Cevap D

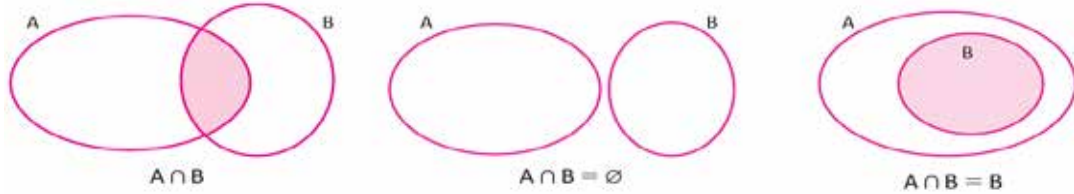
KONU KÜMELERDE İŞLEMLER - I

KESİŞİM VE BİRLEŞİM İŞLEMLERİ

KÜMELERDE KESİŞİM İŞLEMİ

A ve B gibi iki kümenin tüm ortak elemanlarından oluşan kümeye A ve B kümelerinin kesişim kümesi denir. Kesişim işlemi " \cap " sembolü ile gösterilir.

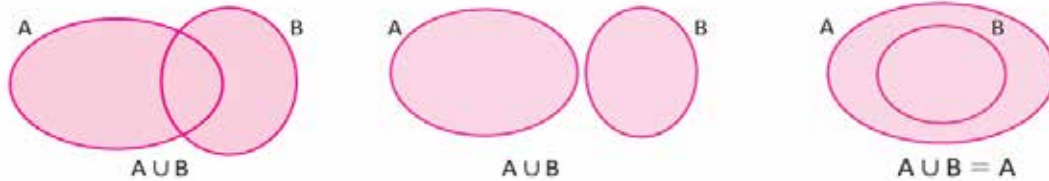
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$ olarak ifade edilir.



KÜMELERDE BİRLEŞİM İŞLEMİ

A ve B gibi iki kümenin tüm elemanlarından oluşan kümeye A ve B kümelerinin birleşim kümesi denir. Birleşim işlemi " \cup " sembolü ile gösterilir.

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$ olarak ifade edilir.



Sorular

SORU 1:

$$A = \{x \mid 5 \leq x \leq 45, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y \mid -4 < y < 35, y \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre s kaçtır?

- A) 15
- B) 20
- C) 25
- D) 30
- E) 35

Cevap D

SORU 2:

A ve B iki küme olmak üzere

$$s(A \cup B) = 13 \text{ ve } s(A \cap B) = 6 \text{ ise}$$

B kümesinin eleman sayısı en çok kaçtır?

- A) 6
- B) 7
- C) 13
- D) 15
- E) 18

Cevap C

SORU 3:

$$s(A \cup B \cup C) = 62$$

$$s(A \cap B) = s(A \cap C) = 7,$$

$$s(B \cap C) = 5,$$

$$s(A) + s(B) + s(C) = 70$$

olduğuna göre s(A ∩ B) kaçtır?

- A) 9
- B) 10
- C) 12
- D) 11
- E) 14

Cevap D

KESİŞİM VE BİRLEŞİM İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

1) Tek Kuvvet Özelliği

Bir kümenin kendisi ile kesişimi yine kendisidir. $A \cap A = A$

Bir kümenin kendisi ile birleşimi yine kendisidir. $A \cup A = A$

2) Değişme Özelliği

Kesişim işleminin değişme özelliği vardır. $A \cap B = B \cap A$

Birleşim işleminin değişme özelliği vardır. $A \cup B = B \cup A$

3) Herhangi bir A kümesinin boş küme ile kesişimi boş kümedir.

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

4) Herhangi bir A kümesinin boş küme ile birleşimi A kümesidir.

$$A \cup \emptyset = A$$

5) $A \subset B$ ise A kümesinin her elemanı B kümesinde de vardır.

$$A \cap B = A, A \cup B = B$$

6) Birleşme Özelliği

Kesişim işleminin birleşme özelliği vardır.

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Birleşim işleminin birleşme özelliği vardır.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

7) Dağılma Özelliği

Kümelerde kesişim ve birleşim işlemlerinin birbirleri üzerine soldan ve sağdan dağılma özellikleri vardır.

A, B ve C birer küme olmak üzere

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \text{ olur.}$$

8) A ve B birer küme olmak üzere

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B) \text{ dir.}$$

9) A, B ve C birer küme olmak üzere dir.

$$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$$

KONU KÜMELERDE İŞLEMLER- II

FARK İŞLEMİ VE BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

KÜMELERDE FARK İŞLEMİ

A ve B birer küme olmak üzere A kümesinde olup B kümesinde olmayan tüm elemanların oluşturduğu kümeyi A kümesinin B kümesinden farkı denir. $A - B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir.

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ ve } x \notin A\}$$

KÜMELERDE FARK İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

1) Fark işleminin değişme özelliği yoktur.

$$A \neq B \text{ iken } B - A \neq A - B$$

2) Bir kümenin kendisinden farkı boş kümedir.

$$A - A = \emptyset$$

3) Bir A kümesinin evrensel kümeden farkı boş kümedir. $A - E = \emptyset$

4) Bir A kümesinin boş kümeden farkı kendisidir. $A - \emptyset = A$

AYRIK KÜMELER

A ve B birer küme olmak üzere $A \cap B = \emptyset$ ise

A ile B ayrik kümelerdir.

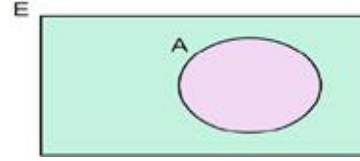
A ve B ayrik kümeler olmak üzere $A - B = A$ ve $B - A = B$ olur.

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

E evrensel küme, $A \subset E$ olmak üzere evrensel kümede olup

A kümesinde olmayan elemanların kümesine A kümesinin tümleyeni denir. A' ile gösterilir.

$$A' = \{x \mid x \notin A \text{ ve } x \in E\}$$



A kümesi ile A' kümesinin eleman eşit olur. $s(A) + s(A') = s(E)$

A kümesi ile A' kümesinin eleman sayılarının toplamı evrensel kümenin eleman sayısına eşit olur. $s(A) + s(A') = s(E)$

TÜMLEYEN İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

- $(A')' = A$
- $\emptyset' = E, E' = \emptyset$
- $A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$
- $A \cup A' = E, A \cap A' = \emptyset$
- $E \cup A' = E, E \cap A' = A'$
- $A - B = A \cap B', B - A = B \cap A'$

DE MORGAN KURALLARI

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$

KÜMELER İLE SEMBOLİK MANTIK KURALLARI ARASINDAKİ İLİŞKİ

Sembolik mantık ile gösterimi	0	1	\wedge	\vee	Değil (!)	\equiv
Küme işlemleri ile gösterimi	\emptyset	E	\cap	\cup	Tümleyeni (')	=

Sembolik Mantık İle	Kümeler İle
$(p')' \equiv p$	$(A')' = A$
$p \wedge p' \equiv 0$	$A \cap A' = \emptyset$
$1 \wedge 0 \equiv 0$	$E \cap \emptyset = \emptyset$
$p \vee p' \equiv 1$	$A \cup A' = E$
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$

SORULAR

SORU 1: A ve B, E evrensel kümesinin iki alt kümesi olmak üzere $3.s(A \setminus B) = 6.s(A \cap B) = 2.s(B \cap A')$ ve $s(A \cup B) = 42$ ise $s(A)$ nın değeri kaçtır?

- A) 7 B) 14 C) 21 D) 23 E) 25

Cevap C

SORU 2: A, B ve C kümeleri aynı evrensel kümenin alt kümeleri olmak üzere

$$s(A) + s(B') = 8 + 2x, s(B) + s(C) = 10 - x$$

$$s(C') + s(A') = 12 - x \text{ ve } s(C) = 4 \text{ ise } s(C') \text{ kaçtır?}$$

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 18

Cevap B

SORU 3: 24 kişilik bir sınıfta kimya veya fizik derslerinden geçenler ile kalanlar vardır. Kimya veya fizik derslerinden kalanların sayısı 4, yalnız bir dersten geçen 12 kişi ise her iki dersten geçen kaç kişi vardır?

- A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

Cevap A

KONU KÜMELERLE İLGİLİ UYGULAMALAR

KÜMELERDE KESİŞİM İŞLEMİ

A ve B gibi iki kümenin tüm ortak elemanlarından oluşan kümeye A ve B kümelerinin **kesişim kümesi** denir. Kesişim işlemi " \cap " sembolü ile gösterilir.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

olarak ifade edilir.

KÜMELERDE BİRLEŞİM İŞLEMİ

A ve B gibi iki kümenin tüm elemanlarından oluşan kümeye A ve B kümelerinin **birleşim kümesi** denir. Birleşim işlemi " \cup " sembolü ile gösterilir.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

olarak ifade edilir.

Dağılma Özelliği

Kümelerde kesişim ve birleşim işlemlerinin birbirleri üzerine soldan ve sağdan dağılma özellikleri vardır.

A, B ve C birer küme olmak üzere

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

olur.

A ve B birer küme olmak üzere

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ dir.

KÜMELERDE FARK İŞLEMİ

A ve B birer küme olmak üzere A kümesinde olup B kümesinde olmayan tüm elemanların

$A - B$ veya $A \setminus B$ oluşturduğu kümeye

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ ve } x \notin A\}$$

A kümesinin B kümesinden farkı denir.

$A \subset E$ ile gösterilir.

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

E evrensel küme, olmak üzere evrensel kümede olup A kümesinde olmayan elemanların

$$A' = \{x \mid x \notin A \text{ ve } x \in E\}$$

kümesine A kümesinin **tümleyeni** denir. A' ile gösterilir.

A kümesi ile A' kümesinin

$$s(A) + s(A') = s(E)$$

eleman sayılarının toplamı evrensel kümenin eleman sayısına eşit olur.

SORULAR

SORU 1:

A ve B kümeleri için $s(A \times B) = 12$, $s(B \times C) = 15$ olduğuna göre $s(A \cup B \cup C)$ **en az kaçtır?**

- A) 3 B) 5 C) 4 D) 6 E) 7

Cevap: B

SORU 2:

p ve q önermeleri, sırasıyla A ve B kümelerine karşılık gelmektedir.

$[(p \vee q) \wedge q'] \vee (p \wedge q')$ bileşik önermesi, kümelerle yapılan işlemler cinsinden ifade edildiğinde **aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**

- A) $A \cap B$ B) $A \cup B$ C) $A \cap B'$ D) B' E) A

Cevap C

SORU 3:

45 öğrencinin bulunduğu bir okulda öğrenciler felsefe, tarih ve coğrafya kurslarından en az birini tercih etmektedir. Bu öğrencilerden 15 i tarih, 20 si coğrafya kursuna gitmektedir.

Tarih kursuna giden her öğrenci felsefe kursuna da gittiğine ve tarih ile coğrafya kursları aynı saatte olduğuna göre **sadece felsefe kursuna giden kaç öğrenci vardır?**

- A) 3 B) 5 C) 8
D) 10 E) 15 **Cevap D**

SORU 4:

A, B ve C kümeleri aynı evrensel kümenin alt kümeleri ve $B \subset C$ dir. $s(A) = 15$, $s(B) = 5$ ve $s(C) = 9$ olduğuna göre $s[(A - C) \cup B]$ **en az kaçtır?**

- A) 24 B) 20 C) 14 D) 11 E) 10

Cevap D

SORU 5:

$A = \{a, b\}$ ve $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümeleri veriliyor.

$K \neq A, K \neq B$ ve $A \subset K \subset B$

olduğuna göre **en fazla kaç farklı K kümesi yazılabilir?**

- A) 7 B) 8 C) 14
D) 15 E) 16

Cevap C



KONU KÜMELER / SIRALI İKİLİ- KARTEZYEN ÇARPIM

SIRALI İKİLİ

Her ikisi de boş kümeden farklı A ve B kümeleri için A kümesinden bir a elemanı, B kümesinden bir b elemanı alınarak elde edilen ve (a, b) şeklinde gösterilen ifadeye **sıralı ikili** denir.

Bu gösterimde "a" ya **birinci bileşen**, "b" ye **ikinci bileşen** adı verilir.

Sıralı ikililerde bileşenlerin yazılış sırası önemlidir.

$a \neq b$ iken $(a,b) \neq (b,a)$ iken olur.

SIRALI İKİLİLERİN EŞİTLİĞİ

(a,b) ve (c,d) şeklindeki iki sıralı ikilinin birinci bileşenleri birbirine, ikinci bileşenleri birbirine eşitse bu sıralı ikililer birbirine eşittir ve $(a,b) = (c,d)$ şeklinde yazılır.

KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan tüm sıralı ikililerin kümesine A ve B kümelerinin **kartezyen çarpım kümesi** denir. $A \times B$ şeklinde gösterilir.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

KARTEZYEN ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ

A ve B boş kümeden farklı iki küme olsun.

1) $A \times B$ kümesinin eleman sayısı A ve B kümelerinin eleman sayılarının çarpımına eşittir.

$$s(A \times B) = s(A) \times s(B)$$

$$2) A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$$



KARTEZYEN ÇARPIMIN GRAFİĞİ

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

kümesinin elemanları analitik düzlemde işaretlendiğinde elde edilen görüntüye $A \times B$ 'nin grafiği denir.

SORULAR

SORU 1:

a, b $\in \mathbb{N}$ olmak üzere $(a^{ab} + 1, 5) = (65, ab - 1)$ ise **a+b** kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Cevap: E

SORU 2:

$A = \{x \mid -1 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$ ve $B = \{x \mid 4 < x < 9, x \in \mathbb{Z}\}$ kümeleri veriliyor.

$A \times B$ kümesinin elemanlarını dışarıda bırakmayan **en küçük** dairenin alanı kaç π birim karedir?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{25}{4}$

Cevap: C

SORU 3:

$A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ ve $C = \{2, 3, 4\}$ tür. $A \times B$ ve $B \times C$ kümelerinin kaç tane ortak elemanı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Cevap: D

SORU 4:

A, B ve C kümeleri için $A \not\subset B$ dir. $s(A)=6, s(B)=9$ ve $s(C)=3$ olduğuna göre $s[(A \times C) \cap (B \times C)]$ en fazla kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 27 E) 45

Cevap: B

KONU SAYI KÜMELERİ

DOĞAL SAYILAR KÜMESİ

{0,1,2,3,4,...} kümesine **doğal sayılar kümesi** denir. sembolü \mathbb{N} ile gösterilir.
= {0,1,2,3,4,...} kümesinin her elemanına **doğal sayı** denir.

a, b, c birer rakam olmak üzere ab iki basamaklı, abc üç basamaklı bir doğal sayı olsun.
ab = 10a + b, abc = 100a + 10b + c şeklinde çözümlenir.

TAM SAYILAR KÜMESİ

{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...} kümesine **tam sayılar kümesi** denir. \mathbb{Z} sembolü ile gösterilir. Bu kümenin her elemanına **tam sayı** denir.

Tam sayılar kümesinin negatif elemanlarından oluşan kümeye **negatif tam sayılar kümesi** denir ve \mathbb{Z}^- sembolü ile gösterilir.
= {..., -5, -4, -3, -2, -1}

Tam sayılar kümesinin pozitif elemanlarından oluşan kümeye **pozitif tam sayılar kümesi** denir ve \mathbb{Z}^+ sembolü ile gösterilir.

= {1, 2, 3, 4, 5, ...}

"0" sayısı bir tam sayıdır ancak "0" sayısının işareti yoktur.

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$

Her doğal sayı aynı zamanda bir tam sayıdır. Doğal sayılar kümesi, tam sayılar kümesinin bir alt kümesidir.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

2 ile bölünebilen tam sayılara **çift tam sayılar** denir. $k \in \mathbb{Z}$ için çift tam sayılar $2k$ ile gösterilir.

$\mathbb{C} = \{..., -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...\}$

2 ile bölünemeyen tam sayılara **tek tam sayılar** denir. $k \in \mathbb{Z}$ için tek tam sayılar $2k+1$ veya $2k-1$ ile gösterilir.

$\mathbb{T} = \{..., -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, ...\}$

RASYONEL SAYILAR KÜMESİ

a ve b tam sayılar ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir. \mathbb{Q} sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\}$$

Rasyonel sayılar kümesinin negatif elemanlarından oluşan kümeye **negatif rasyonel sayılar kümesi** denir ve \mathbb{Q}^- sembolü ile gösterilir.
Rasyonel sayılar kümesinin pozitif elemanlarından oluşan kümeye **pozitif rasyonel sayılar kümesi** denir ve \mathbb{Q}^+ sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$

Her tam sayı aynı zamanda bir rasyonel sayıdır.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

İRRASYONEL SAYILAR KÜMESİ

a ve b tam sayılar ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir. \mathbb{Q}' sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$$

SAYI KÜMELERİ

- Kök dışına tam olarak çıkamayan sayılar,
 - Virgülden sonraki kısmı tam olarak bilinmeyen sayılar,
 - İki tam sayının oranı şeklinde yazılamayan sayılar
- irrasyonel sayılardır.

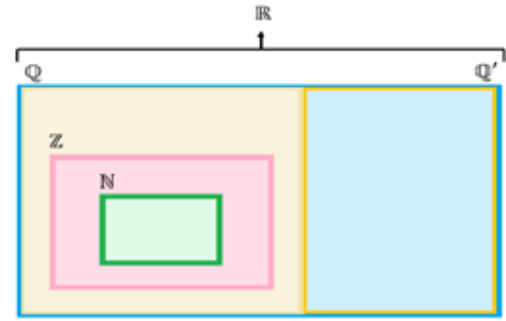
GERÇEK (REEL) SAYILAR KÜMESİ

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşiminden oluşan kümeye **gerçek (reel) sayılar kümesi** denir. \mathbb{R} sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

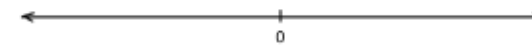
Pozitif gerçek sayılar \mathbb{R}^+ ve negatif gerçek sayılar \mathbb{R}^- sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \text{ ve } \mathbb{Q}' \subset \mathbb{R} \text{ dir.}$$



GERÇEK SAYILARIN SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERİLMESİ

Sayı doğrusu gerçek sayıların bir gösterim şeklidir. Her gerçek sayı, sayı doğrusu üzerinde bir nokta belirtir.



SORULAR

SORU 1:

a ve b birer rakam olmak üzere

$$a \cdot b = 15$$

$$a + c = 12$$

olduğuna göre **b+c toplamı en çok kaçtır?**

- A) 10 B) 20 C) 14 D) 26 E) 27

Cevap C

SORU 2:

a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere

$$a = 4b + 1$$

$$b = 2c - 3$$

olduğuna göre **a+b+c toplamının değeri en az kaçtır?**

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Cevap B

SORU 3:

Aşağıdaki ifadelerden hangisi **yanlıştır?**

A) a ve b birer rasyonel sayı ise a ile b arasında sonsuz çoklukta irrasyonel sayı vardır.

B) a, b birer rasyonel sayı ise a ile b toplamı rasyonel sayıdır.

C) a bir asal sayı ise bir irrasyonel sayıdır.

D) a bir irrasyonel sayı ise bir rasyonel sayıdır.

E) a, b birer irrasyonel sayı ise a ile b toplamı bir irrasyonel sayıdır.

Cevap D

SORU 4:

a bir irrasyonel sayı olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle doğrudur?**

A) bir rasyonel sayıdır.

B) bir irrasyonel sayıdır.

C) bir irrasyonel sayıdır.

D) a bir rasyonel sayıdır.

E) bir rasyonel sayıdır.

Cevap C

MATEMATİK Sınıf-9



KONU GERÇEK SAYILAR KÜMESİNDE TOPLAMA VE ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

GERÇEK SAYILAR KÜMESİNDE TOPLAMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

1) Kapalılık Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a+b \in \mathbb{R}$ olur. (Herhangi iki gerçekte sayının toplamı yine bir gerçekte sayıdır.)

2) Değişme Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a+b = b+a$

3) Birleşme Özelliği:

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a+(b+c) = (a+b)+c$ olur.

4) Etkisiz Eleman Özelliği:

$\forall a \in \mathbb{R}$ için $a+0 = 0+a = a$ olur. Toplama işleminin etkisiz elemanı 0 dir.

5) Ters Eleman Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a+(-a) = (-a)+a = 0$ olacak şekilde $-a \in \mathbb{R}$ sayısı vardır. a sayısının toplama işlemine göre tersi $-a$ sayısıdır.

GERÇEK SAYILAR KÜMESİNDE ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

1) Kapalılık Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a \cdot b \in \mathbb{R}$ olur. (Herhangi iki gerçekte sayının çarpımı yine bir gerçekte sayıdır.)

2) Değişme Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a \cdot b = b \cdot a$

3) Birleşme Özelliği:

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ olur.

4) Etkisiz Eleman Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ olur. Çarpma işleminin etkisiz elemanı 1 dir.

5) Ters Eleman Özelliği:

$\forall a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ için $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$ olacak

şekilde $\frac{1}{a}$ sayısı vardır. $a \in -\{0\}$ sayısının çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{a}$ sayısıdır.

6) Yutan Eleman Özelliği:

$\forall a \in \mathbb{R}$ için $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ olur.

Çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.

7) Dağılma Özelliği:

İçin çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine sağdan ve soldan dağılma özelliği vardır.

- $\rightarrow a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$
- $\rightarrow a \cdot (b-c) = a \cdot b - a \cdot c$
- $\rightarrow (b+c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$
- $\rightarrow (b-c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$

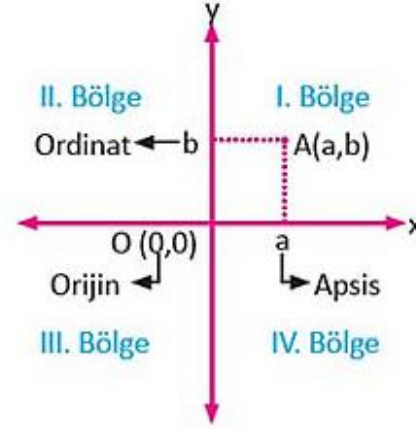
DEVİRLİ ONDALIK SAYILAR

Bir sayının ondalık açılımında virgülden sonraki bölüm, belli bir kurala göre tekrar ediyorsa bu tür sayılara **devirli ondalık sayılar** denir. Virgülden sonraki tekrar eden ilk sayı grubunun (devreden kısım) üstüne çizgi çekilerek gösterilir.

Her devirli ondalık sayı bir rasyonel sayıdır. Devirli ondalık sayının rasyonel sayı karşılığı

Sayının tamamı — Devretmeyen kısım

Devreden basamak sayısı kadar 9 virgülden sonraki devretmeyen basamak sayısı kadar 0 kuralı ile bulunur.



KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİ

İki farklı reel sayı doğrusunun başlangıç noktasında (orijin) dik kesişmesiyle oluşan düzleme **analitik düzlem**, **kartezyen koordinat sistemi** veya **dik koordinat sistemi** denir.

$$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R} \text{ ve } y \in \mathbb{R}\}$$

\mathbb{R}^2 kümesinin elemanları sıralı ikililerdir. Bu sıralı ikililerden oluşan kümenin geometrik temsili analitik düzlemdeki tüm noktadır.

Yatay olan eksene **x ekseni (apsisler ekseni)**, dikey olan eksene **y ekseni (ordinatlar ekseni)** denir. (0, 0) noktası **orijin** noktasıdır.

SORULAR

SORU 1:

a, b, c birbirinden farklı tam sayılar olmak üzere $\frac{12}{a} + \frac{6}{b} - \frac{24}{c}$

toplamı **en çok** kaçtır?

A) 17 B) 18 C) 25 D) 39 E) 42

Cevap D

SORU 2:

Birbirinden farklı iki basamaklı üç pozitif tam sayının toplamı 150 dir.

En küçük sayı en çok kaçtır?

A) 49 B) 50 C) 51 D) 52 E) 55

Cevap A

SORU 3:

$\frac{12}{x-2}$ ifadesi bir tam sayıya eşit olduğuna göre x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 41 B) 24 C) 20 D) 12 E) 4

Cevap B

SORU 4:

a, b, c birer tam sayıdır.

$a \cdot b = 12$ ve $b \cdot c = 18$

olduğuna göre $a + b + c$ nin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark kaçtır?

A) 20 B) 27 C) 31 D) 42 E) 62

Cevap E

SORU 5:

Toplamları 110 olan birbirinden farklı beş pozitif tam sayının sadece ikisi 32 den büyük ve 3 tanesi çift sayıdır.

Buna göre bu sayılardan en büyüğü **en çok** kaç olabilir?

A) 67 B) 68 C) 69 D) 70 E) 71

Cevap D



KONU KALANLI BÖLME /BÖLÜNEBİLME KURALLARI-I VE ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

KALANLI BÖLME

A,B,C ve K birer doğal sayı ve $B \neq 0$ olmak üzere A sayısının B sayısına bölünmesiyle elde edilen bölüm C ve kalan K olsun. Bu işlem şöyle gösterilir:

$$\begin{array}{r} A \\ \hline B \\ \hline C \\ \hline K \end{array}$$

A: Bölünen Sayı
B: Bölün Sayı
C: Bölüm
K: Kalan

- › Bölünen = Bölün \times Bölüm + Kalan
- › Bölme işleminde $K < B$ oluncaya kadar işleme devam edilir.
- $0 \leq K < B$ olmalıdır.
- › $K = 0$ oluyorsa A sayısı B sayısı ile kalansız bölünüyordur.

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2 ile Bölünebilme Kuralı: Bir sayının birler basamağı çift ise bu sayı 2 ile tam bölünür. Sayı tek ise sayının 2 ye bölümünden kalan 1 dir.

3 ile Bölünebilme Kuralı: Bir doğal sayının rakamlarının toplamı 3 ün katı ise bu sayı 3 ile tam bölünür.

4 ile Bölünebilme Kuralı: Bir doğal sayının son iki basamağını oluşturan iki basamaklı sayı 4 ün katı ise bu sayı 4 ile tam bölünür.

5 ile Bölünebilme Kuralı: Birler basamağı 0 veya 5 olan sayılar 5 e tam bölünür.

8 ile Bölünebilme Kuralı: Bir doğal sayının son üç basamağını oluşturan üç basamaklı sayı 8 in katı ise sayı 8 ile tam bölünür.

9 ile Bölünebilme Kuralı: Bir doğal sayının rakamlarının toplamı 9 un katı ise bu sayı 9 ile tam bölünür.

10 ile Bölünebilme Kuralı: Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 ise sayı 10 a tam bölünür.

11 ile Bölünebilme Kuralı: Bir doğal sayının rakamları sağdan sola doğru +, -, +, -, ... ile işaretlenir. + ile işaretlenenler kendi aralarında, - ile işaretlenenler kendi aralarında toplanır. Bu toplamlar birbirinden çıkarılır. Bulunan sayı 11 in tam katı ise sayı 11 e tam bölünüyordur.

SORULAR

SORU 1:

$$\begin{array}{r} A \\ \hline 13 \\ \hline 7 \\ \hline x \end{array}$$

Yukardaki bölme işleminde x doğal sayısının alabileceği en büyük değer için A doğal sayısının değeri kaçtır?

- A) 94 B) 101 C) 102 D) 103 E) 104
Cevap D

SORU 2:

Dört basamaklı 6m35 sayısının 3 ile bölümünden kalan 1 ise m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 15 C) 13 D) 12 E) 7
Cevap B

SORU 3:

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b-3 \\ \hline c+4 \\ \hline 7 \end{array}$$

a,b,c $\in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere bölme işlemine göre a+b+c toplamının alabileceği en küçük değeri kaçtır ?

- A) 47 B) 48 C) 58 D) 59 E) 69
Cevap D

SORU 4:

Dört basamaklı bir sayının yüzler basamağı 4, onlar basamağı 2 artırıldığında kalan değişmiyor; bölüm 15 artıyor.

Buna göre bölen sayının rakamlarının toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
Cevap D

SORU 5:

Beş basamaklı x201y sayısı 10 ile bölünebilmektedir.

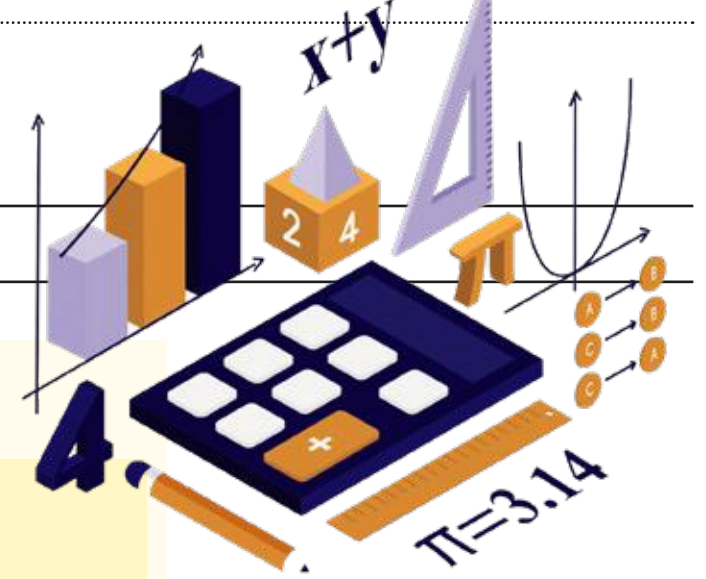
Bu sayının 3 ile bölümünden kalanın 1 olabilmesi için x in alabileceği değerler aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) 5,7,8 B) 2,4,5 C) 1,5,7 D) 2,5,8 E) 1,4,7
CEVAP E

MATEMATİK Sınıf-9



OGM
MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ



KONU BÖLÜNEBİLME KURALLARI-II

ARALARINDA ASAL SAYILARIN ÇARPIMI İLE OLUŞAN SAYIYA BÖLÜNEBİLME

1'den başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir. Örneğin

2 ile 3 ; 3 ile 5 ; 4 ile 9 ; 5 ile 8 sayıları aralarında asal sayılardır.

Aralarında asal çarpanların her birine bölünebilen bir doğal sayı, bu sayıların çarpımına da tam bölünür.

* $6 = 2 \cdot 3$ şeklinde yazılabilir. 2 ve 3 aralarında asal sayılardır. 2 ve 3 ile bölünebilen sayılar 6 ile de tam bölünür.

* $12 = 3 \cdot 4$ şeklinde yazılabilir. 3 ve 4 aralarında asal sayılardır. 3 ve 4 ile bölünebilen sayılar 12 ile de tam bölünür.

* $18 = 2 \cdot 9$ şeklinde yazılabilir. 2 ve 9 aralarında asal sayılardır. 2 ve 9 ile bölünebilen sayılar 18 ile de tam bölünür.

* $30 = 3 \cdot 10$ şeklinde yazılabilir. 3 ve 10 aralarında asal sayılardır. 3 ve 10 ile bölünebilen sayılar 30 ile de tam bölünür.

Birbirinden farklı A ve B pozitif tam sayılarının C pozitif tam sayısına bölümünden kalanlar sırasıyla

k_1 ve k_2 olmak üzere

* A+B toplamının C ile bölümünden kalan k_1+k_2 nin C ile bölümünden kalanı verir.

* A.B çarpımının C ile bölümünden kalan $k_1.k_2$ nin C ile bölümünden kalanı verir.

SORULAR

SORU 1:

Beş basamaklı 41A7B doğal sayısının 36 ile bölümünden kalan 15 olduğuna göre A sayısı kaç farklı değer alabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Cevap B

SORU 2:

Rakamları farklı dört basamaklı 45ab sayısı 15 ile bölünebildiğine göre a+b toplamının en büyük değeri kaç olur?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 7 E) 6

Cevap C

SORU 3:

X doğal sayısının 13 ile bölümünden kalan 11 ve Y doğal sayısının 13 ile bölümünden kalan 7 ise X.Y değerinin 13 ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 0

Cevap A

SORU 4:

Dört basamaklı 8m7n sayısının 30 ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre m+n toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 16 B) 14 C) 13 D) 11 E) 8

Cevap B

SORU 5:

Dört basamaklı 6m2n sayısının 4 e bölümünden kalan 2 ve 9 a bölümünden kalan 1 ise m+n toplamı kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Cevap B

